

CORRIGÉ DES NOTES – EXP ET LOG.

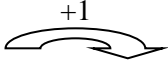
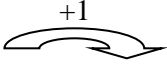
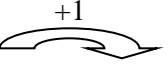
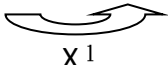
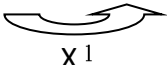

Page 2

1. a) $\frac{1}{4^2}$ ou $\left(\frac{1}{4}\right)^2$ b) $\frac{5}{3}$ c) $\frac{5}{2}$ d) $3^5 \cdot 4^2$ e) $\frac{3x^2}{2}$ ou $\frac{3}{2}x^2$
- f) $\frac{4^4}{2^9}$ g) $\frac{3}{(x-4)^2}$ h) $\left(\frac{5}{2}\right)^4$ i) $2^4 \cdot 3^6$ j) $\frac{1}{5^{1/6}}$ ou $\frac{\sqrt[6]{5^5}}{5}$
2. a) $\frac{1}{4^5}$ ou $\left(\frac{1}{4}\right)^5$ b) $7^{3/2}$ c) $2 \cdot a^{11} \cdot b^4$ d) $\frac{1}{4^2}$
3. a) $2^3 \cdot 5^4$ b) $2^5 \cdot a^6$ c) $\frac{8^{13}}{6^{1/2}}$ d) $7^{2/3}$
4. a) 3^2 b) 5^4 c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ d) $\left(\frac{3}{5}\right)^9$ e) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3/2}$

Pages 4 et 5

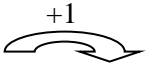





Exercices

1.

| | | | | | | |
|-------------------------|---|---|--|--------|-----|---|
| |  |  |  | | | |
| Temps écoulé (semaines) | 0 | 1 | 2 | 3 | ... | t |
| Nombre d'insectes | 180 224 | 90 012 | 45 056 | 11 264 | ... | $N = 180\,224 \left(\frac{1}{2}\right)^t$ |
| |  |  |  | | | |
| | $\times \frac{1}{2}$ | $\times \frac{1}{2}$ | $\times \frac{1}{2}$ | | | |

Le nombre d'insectes restant à la fin de la 11^e semaine est de 88.

2.

| | | | | | | |
|-----------------------|---|---|--|-----|-----|---------------------|
| |  |  |  | | | |
| Temps écoulé (heures) | 0 | 1 | 2 | 3 | ... | t |
| Nombre de bactéries | 5 | 20 | 80 | 320 | ... | $N = 5 \cdot (4)^t$ |
| |  |  |  | | | |
| | $\times 4$ | $\times 4$ | $\times 4$ | | | |

640 bactéries seraient dénombrées après 3 heures et 30 minutes.

3.

| | | | | | | |
|------------------------------|-----|---------------|---------------|---------------|-----|--|
| | | +1 | +1 | +1 | | |
| | | ↩ | ↩ | ↩ | | |
| Temps écoulé (semaines) | 0 | 1 | 2 | 3 | ... | t |
| Superficie boisée (hectares) | 200 | 150 | 112,5 | 84,375 | ... | $S = 200(0,75)^t$ ou $S = 200\left(\frac{3}{4}\right)^t$ |
| | | ↪ | ↪ | ↪ | | |
| | | $\times 0,75$ | $\times 0,75$ | $\times 0,75$ | | |

4.

| | | | | | | |
|-------------------------|----|----------------------|----------------------|----------------------|-----|---|
| | | +1 | +1 | +1 | | |
| | | ↩ | ↩ | ↩ | | |
| Nombre de bonds | 0 | 1 | 2 | 3 | ... | n |
| Hauteur de la balle (m) | 12 | 9,6 | 7,68 | 6,144 | ... | $H = 12\left(\frac{4}{5}\right)^n$ ou $H = 12(0,8)^n$ |
| | | ↪ | ↪ | ↪ | | |
| | | $\times \frac{4}{5}$ | $\times \frac{4}{5}$ | $\times \frac{4}{5}$ | | |

5.

| | | | | | | |
|--------------------------|------|---------------|---------------|---------------|-----|--------------------|
| | | +1 | +1 | +1 | | |
| | | ↩ | ↩ | ↩ | | |
| Temps écoulé (années) | 0 | 1 | 2 | 3 | ... | t |
| Valeur du placement (\$) | 1200 | 1224 | 1248,48 | 1273,45 | ... | $V = 1200(1,02)^t$ |
| | | ↪ | ↪ | ↪ | | |
| | | $\times 1,02$ | $\times 1,02$ | $\times 1,02$ | | |

Page 8

a) $S = 54\left(\frac{4}{3}\right)^t$ b) $f(x) = 100(0.1)^x$ c) $I = 4096\left(\frac{1}{4}\right)^s$ d) $N = 2187\left(\frac{5}{3}\right)^h$ e) $y = 400\left(\frac{3}{10}\right)^x$

Pages 12 et 13

#1 a) Décroissante b) Croissante c) Croissante d) Décroissante e) Décroissante

#2

- a) f b) g c) Elles ont la même force de variation d) g
- e) g f) f g) f h) Elles ont la même force de variation

#3 Différents contextes possibles

#4 a) $x = \frac{3}{2}$ b) $a = -\frac{1}{2}$ c) $x = -3$

#5 f est associé à 1 g est associé à 3 h est associé à 2

#6 a) $h(x) = 5\left(\frac{2}{5}\right)^x$ b) $f(x) = \frac{1}{3}(3)^x$

Page 14

- a) V b) F c) F d) F e) V

Page 16

Exercice 1 $f(x) = -\frac{1}{10}(5)^x$ Exercice 2 $f(x) = 5(3)^x$ Exercice 3 : $g(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^x$

Pages 19 et 20

Exercice 1 $f(x) = 3(1,2)^x - 2$

Exercice 2 :

a) $y = \frac{1}{8}(2)^x - 4$ b) $y = \frac{1}{10}(10)^x - 70$ c) $y = -80\left(\frac{4}{5}\right)^x + 12$ d) $y = \frac{1}{100}(2)^x + 1$

e) $f(x) = -200\left(\frac{2}{5}\right)^x$

Page 24

La superficie de la nappe d'huile présente à la surface de l'eau 15 minutes après l'accident est d'environ 84m².

Page 25

Exercice 1 :

Plusieurs réponses possibles, dont les suivantes :

$f(x) = 80 \cdot (0.4)^{x-0}$ $f(x) = 32 \cdot (0.4)^{x-1}$ $f(x) = 12,8 \cdot (0.4)^{x-2}$ $f(x) = 2,048 \cdot (0.4)^{x-4}$

Exercice 2 :

Plusieurs réponses possibles, dont les suivantes :

$$f(x) = -100 \left(\frac{4}{5}\right)^{x+1} + 12$$

$$f(x) = -125 \left(\frac{4}{5}\right)^{x+2} + 12$$

$$f(x) = -156.25 \left(\frac{4}{5}\right)^{x+3} + 12$$

$$f(x) = -195.3125 \left(\frac{4}{5}\right)^{x+4} + 12$$

*Exercice 3 : $h = 2$

*Exercice 4 : $h = -2$

Page 28

a) $a = -1$ $c = 2$ $k = 1$ b) $a = -\frac{1}{2}$ $c = \frac{1}{2}$ $k = -1$ c) $a = 1$ $c = \frac{5}{2}$ $k = 0$

d) $a = 2$ $c = \frac{25}{16}$ $k = 0$ e) $a = \frac{1}{5}$ $c = 5$ $k = 0$ f) $a = -81$ $c = 9$ $k = -3$

g) $a = \frac{8}{125}$ $c = \frac{2}{5}$ $k = \frac{2}{5}$ h) $a = \frac{1}{12}$ $c = 2$ $k = 2$ i) $a = -\frac{1}{9}$ $c = 9$ $k = -3\sqrt[3]{3}$

Page 31

1. 1 641,94\$ 2. 2 500\$ 3. 9 %

Page 33

Exercice 1 :

- a) Décroissante
b) 65 watts au moment de sa mise en orbite et 19,25 watts un an plus tard.
c) Codom = $[-2,32 ; 65]$

Exercice 2 :

- a) $V = 2000 \cdot \left(1 + \frac{0,03}{1}\right)^{1t}$ ou $V = 2000 \cdot (1,03)^t$
b) $V = 5000 \cdot \left(1 + \frac{0,08}{2}\right)^{2t}$ ou $V = 5000 \cdot (1,04)^{2t}$
c) $V = 5000 \cdot \left(1 + \frac{1}{18}\right)^{18t}$ ou $V = 5000 \cdot \left(\frac{19}{18}\right)^{18t}$
d) $V = 400 \cdot (1,01)^{4t}$

Pages 34 à 37

Exercice 1 :

- a) $x = 2$ b) $x = 1$ c) $x = 1,5$ d) $x = -3$ e) $x = \frac{-71}{3}$ f) $x = -1$

Exercice 2 : Aucune solution (démonstration algébrique requise)

Exercice 3 :

Dom f : \mathbb{R}

Codom $f =]-\infty, 1[$

$$f(0) = -\frac{19}{8}$$

Zéro : -1

Signes : $f(x) \geq 0 \forall x \in]-\infty, -1]$ et $f(x) \leq 0 \forall x \in [-1, \infty[$

Équation de l'asymptote : $y = 1$

$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R} : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Exercice 4 : a) $\sqrt[3]{2} \leq c < 2$ b) **DÉFI** $c \in \left]0, \frac{1}{2}\right[\cup \left[\sqrt{2}, \infty\right[$ c) $\frac{2}{3} < m < 1$

Quiz récapitulatif

#1 a) $f(t) \leq 0 \forall t \leq -3$

b) $f(t) = -\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^t + 6$

#2 $g(x) = \frac{1}{2}(3)^x - 2$

Pages 38 et 39

1. a) 6 b) 3 c) -1 d) 1,5 e) -3 f) -0,5
g) 2 h) 1 i) 0 j) -2 k) 0 l) 4

2. a) 1 b) 2 c) 4 d) 128 e) 2
f) 4 g) $\frac{1}{32}$

Page 42

1. a) $\log_c 2 + \log_c m + \log_c n$ b) $\log_5 7 + 2\log_5 (x + 2)$
c) $\log_3 4 + 2\log_3 x$ d) $\log_2 5 + \log_2 a - 2\log_2 b$
e) $3(\log_4 m + \log_4 n + 1)$ f) $2(\log_6 2 + \log_6 (x + 1))$
g) $\frac{1}{2}\log_4 x + 2$ h) $\log (x + 2) + \log (x - 2)$
2. a) $\log_2 40$ b) $\log_4 15$ c) $\ln 1.5$
d) $\log 5$ e) $\log_2 54$ f) $\log 3$
3. a) $\approx 0,954\ 24$ b) $\approx 1,146\ 13$ c) $\approx 1,653\ 21$ d) $\approx 1,954\ 24$
e) $\approx 1,698\ 97$ f) $\approx 4,225\ 49$ g) $\approx -0,301\ 01$ h) $\approx 0,382\ 96$
i) $\approx 0,812\ 098$ j) $\approx 3,196\ 44$

4. $\log 5$

Page 44

1. $x = \log_3\left(\frac{4}{9}\right)$ $x \approx -0,7381$

2. $x = \log_{54}(6)$ $x \approx 0,4492$

3. $x = \log_{e^{2/15}}(225e)$ $x \approx -9,0616$

4. $x = \log_{5 \cdot \sqrt[5]{10}}(5^{40})$ $x \approx 31,1009$

5. $x = \log_{2/9}(3200)$ $x \approx -5,366$

6. $x = \log_{\frac{\sqrt{2}}{9}}\left(\frac{15}{2}\right)$ $x \approx -1,0888$

7. $x = \log_{\frac{2}{25}}\left(\frac{100}{3}\right)$ $x \approx -1,3883$

8. $x \in \emptyset$

9. $x = \log_{\frac{1}{3^7 e^2}}\left(\frac{7e^3}{6}\right)$ $x \approx -0,3255$

10. $x = \log(\sqrt[6]{5})$ $x \approx 0,1165$

11. $x = 0$

DÉFI

12. $x_1 \approx -0,2354$

$x_2 \approx 2,334$

Les valeurs exactes sont:

$$x = \frac{\ln(3e) \pm \sqrt{1 + 2\ln(9) + (\ln 3)^2}}{2}$$

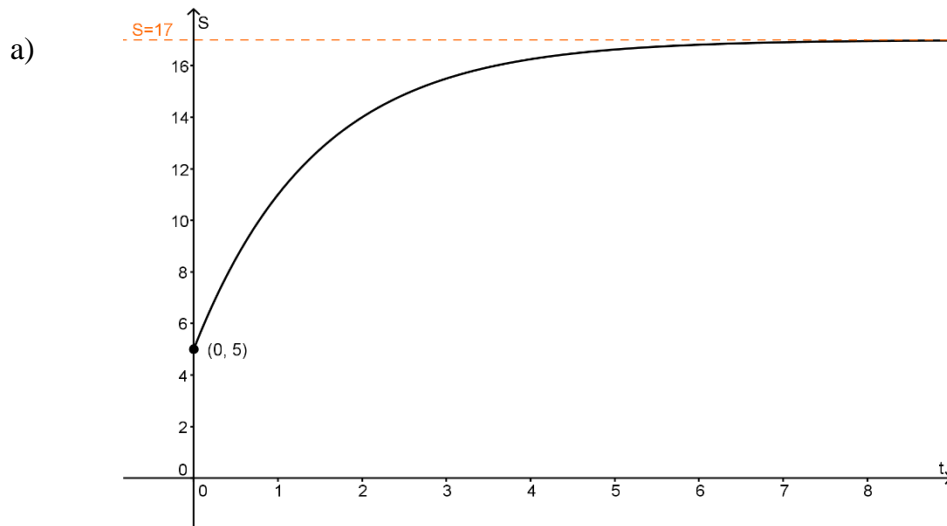
Page 48

Exercice 1 : $x < \frac{-4}{5}$ ou $x \in]-\infty, -\frac{4}{5}[$

Exercice 2 :

- a) $x \geq 1,4743$ b) $x < -0,8394$ c) $x < 0$
 d) $x \geq 2,15$ e) $x \geq -2,3206$ f) $x \in \mathbb{R}$
 g) $x < 0,8172$ h) Inéquation sans solution.

Page 50



b) Durée : 7,66 heures ou environ 7 heures et 40 minutes

c) $S = -12\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{t}{120}} + 17$ ou $S = -12\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{60}} + 17$

Page 51

Conché!

La règle par parties est
$$V(t) = \begin{cases} -20(1,1)^t + 60 & 0 \leq t \leq 4,93 \\ 28 & 4,93 \leq t \leq 5,93 \\ 28(0,95)^{3(t-5,93)} & t \geq 5,93 \end{cases}$$

Au mois de février 2019, l'action de la compagnie *Conch-inc* aura perdu 65% de sa valeur initiale.

Page 52

1. $x = 19$

2. $x = \frac{1}{2}$

3. $x = 4$

4. $x = -3$

5. Équation sans solution (on rejette $x = -\frac{4}{3}$)

6. $x = \frac{48}{11}$

7. $x = 10$

8. $x = \frac{67}{15}$

*9. $x_1 = e^{-6} \approx 0,002479$
 $x_2 = e$

Page 54

#1) 33 heures complétées

#2) Après 24 ans, soit en 2019

#3) Dans 75 heures environ

#4) 17 bonds

#5) 24 jours

#6) 3,58 années

Page 59

$\text{Dom } f =]-\infty, 3[$ ou $x < 3$

$\text{Dom } g =]-\infty, -1[$ ou $x < -1$

Codom $f = \mathbb{R}$

Zéro : $x = -6$

$f(0) = -1$

Équation de l'asymptote : $x = 3$

Réciproque : $f^{-1}(x) = -(3)^{(x+2)} + 3$

Codom $g = \mathbb{R}$

Zéro : $x = -2$

$g(0)$ n'existe pas

Équation de l'asymptote : $x = -1$

Réciproque : $g^{-1}(x) = -(0,25)^{\frac{x}{3}} - 1$

Page 60

a) Taux de croissance annuel moyen pour *Sainte Asymptote* : 686,4 habitants par année.

Taux de croissance annuel moyen pour *LogValley* : -1 165,2 habitants par année

b) $P_3(t) = 88\,641(1,01)^{0,77(t-100)} \quad (100 \leq t \leq 102)$

Page 62

a) Madame Arvizet atteindra 2000\$ la première.

b) En janvier 2017 (autour du milieu du mois).

Page 65

Exercice 2 : $h(x) = -\log_4 2(x-6)$

Exercice 3 : $j(x) = \log_7 5(x+2)$

DÉFI : L'asymptote à pour équation $x = -10$

Pages 66 à 70

Exercice 1:

a) $\frac{1}{a^{11}}$

b) $-5^3 x^5 y^7$

c) x^{6a-1}

d) $\frac{a^8}{3^2 b^{10}}$

e) $\frac{3^4 \cdot 7a^8}{b^3}$

f) b^{5-n}

g) 3^{m+2}

h) $\frac{a^7}{b^6}$

i) $\frac{2}{a^2 b^3}$

j) $\frac{b^{15/4}}{a}$

k) $a^{1/4} b^{1/4} c^{1/2}$

l) $\frac{1}{2^{2a+3}}$

m) $\frac{12d^{12}}{bc^{14}}$

*n) $\frac{3^2 9^2 81^2}{4^3 16^4 32^5}$ ou $\frac{3^{14}}{2^{47}}$

o) $-\frac{p^4 q^{27}}{4^6}$

*p) $\frac{4^6 8^8 y^{19}}{3^6 9^4 x^{35}}$ ou $\frac{2^{36} y^{19}}{3^{14} x^{35}}$

q) $\frac{(a+6)^{16}}{(a-6)^{16}}$

*r) $\frac{2^3 3^4}{4^5 a^7 b^6}$ ou $\frac{3^4}{2^7 a^7 b^6}$

s) $-3^3 x^6 y^6$

Exercice 2: a) $\approx 2,05795 \times 10^{10} \text{ km}^3$ b) $\approx 5,10705 \times 10^8 \text{ km}^3$ c) environ 43 800 fois

Exercice 3: a)  b) environ 0,67 dm et 5,06 dm

Exercice 4:

a) $x = \frac{-18}{5}$

b) $x = -20$

c) $x = -\frac{1}{19}$

d) $x = \frac{11}{2}$

e) $x = -5$

f) $x = \frac{5}{2}$

Page 72

Exercice 5: a) Vrai

b) Faux

c) Faux

d) Vrai

Exercice 6: a) $x = 8$ b) $x = 3$ c) Aucun zéro d) $x = 5$

Exercice 7: a) $x = 0$ b) $x > 0$ c) $x < 0$

Exercice 8: a) Trois ans après sa fondation b) Quatre ans après leur fondation

Page 74

Exercice 9: a) Faux b) FAUX!

Exercice 10: a) $\approx 8,47M\$$ b) en 2004

Exercice 11:

a) $x = \frac{7}{2}$

c) $x = \frac{-19}{6}$

e) $x = \frac{-11}{4}$

b) $x = \frac{-4}{3}$

d) $x = \frac{1}{6}$

f) $x = \frac{5}{6}$

Exercice 12:

a) $x = \frac{1}{8}$

c) $x = \frac{-3}{2}$

e) $x = -1$

b) $x = \frac{-2}{3}$

d) $x = 0$

f) $x = \frac{5}{2}$

Page 76

Exercice 13:

a) $x = \frac{-3}{2}$

c) $x = \frac{-1}{10}$

e) $x = \frac{-3}{4}$

b) $x = -6$

d) $x = -2$

f) $x = \frac{1}{2}$

Exercice 14 :

a) $x = \frac{-2}{5}$

b) $x = -24$

c) $x = 2$

Exercice 15 :

- a) $x = 3$ c) $x = 3$ e) $x = \frac{-5}{2}$
b) $x = \frac{3}{2}$ d) $x = 6$ f) $x = -5$

Exercice 16:

- a) $x = \frac{-6}{5}$ b) $x = \frac{1}{4}$ c) $x = \frac{8}{7}$

Page 78

Exercice 17 :

La règle de la fonction f est : $f(x) = 4\left(\frac{3}{2}\right)^x$

Différentes règles possibles et équivalentes pour la fonction g , telles que:

$$g(x) = 9\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2} \qquad g(x) = 4\left(\frac{2}{3}\right)^{x-4} \qquad g(x) = 20,25\left(\frac{2}{3}\right)^x$$

Exercice 18 :

- a) $f(x) = -(3)^x + \frac{1}{9}$
b) $\text{Dom } f = \mathbb{R}$
c) $\text{Codom } f = \left] -\infty, \frac{1}{9} \right[$
d) $x = -2$
e) $f \geq 0 \forall x \in \left] -\infty, -2 \right]$ et $f \leq 0 \forall x \in \left[-2, \infty \right[$
f) Décroissante sur \mathbb{R}
g) $f(0) = \frac{-8}{9}$
h) $y = \frac{1}{9}$

Page 80

Exercice 19 : a) $x > 3$ b) $x > -4$ c) $x > \frac{-1}{2}$

Exercice 20:

a) $x = 8$ b) $x = 1$ c) $x = -2$

Exercice 21 : a) $3\log_2 5 + \log_2 7$ b) $2\log_3 8 - 2\log_3 11$ c) $\frac{1}{2}\log 6 + \frac{1}{2}\log 5$

d) $\log_{\frac{1}{4}} 5 + \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{4}} 7 - \log_{\frac{1}{4}} 3$

Exercice 22 : a) $\log_3 175$ b) $\log_a \left(\frac{\sqrt{15}}{2} \right)$ c) $\log_2 \left(\frac{3}{7^3} \right)$ d) $\log_6 \left(\frac{x^2 y}{b\sqrt{a}} \right)$

Exercice 23 : a) $-\frac{3}{4}$ b) -6 c) $\frac{c+d}{2}$ d) 3 e) 4 f) -5

Page 82

Exercice 24 : $\log_b \sqrt{\frac{6}{2b}} = \frac{1}{2}(x-1)$

Exercice 25 : On REJETTE $\frac{x}{y} = 1$ mais on ACCEPTE $\frac{x}{y} = 9$

Exercice 26 : a) 1500\$ b) 2321,12\$

Exercice 27 : Les coordonnées du point d'intersection sont (4 , log(2))

Page 84

Monsieur Arvizet change de cap - SAÉ

$$a) V = \begin{cases} 8000 \cdot (0,85)^t & 0 \leq t \leq 6 \\ 8000 \cdot (0,85)^6 & 6 \leq t \leq 10 \\ 8000 \cdot (0,85)^6 \cdot (1,02)^{12(t-10)} & t \geq 10 \end{cases}$$

b) Réponse : au mois de juin 1995.

Pages 86 et 88

Résolution de problèmes

Exercice 1 : Environ 31,5 années

Exercice 2 : Environ 15,5 années

Exercice 3 : 10,4%

Exercice 4 : Dans environ 19,8 années

Exercice 5 : a) Dans 4 mois b) 2013,63\$

Exercice 6 : a) $N = N_0 \cdot (3)^{t/2}$ b) $t = 2 \log_3 \left(\frac{N}{N_0} \right)$

Pages 88 à 96

Exercices de révision sur l'ensemble du chapitre

1) (2,06 ; 8,70)

2) a) $-\frac{7}{2}$ b) $x = -1$ c) $-\frac{9}{2}$ d) $x = 2$

3) 0

4) $x = -5$ ou $x = 2$

5) f est décroissante

- 6)
- b joue le rôle de PUISSANCE EXPONENTIELLE
 - r porte le nom de BASE
 - n est l'EXPOSANT

7) f est décroissante

8) a) Vrai b) V c) V d) V e) V f) F

9) C

10) asymptote : $x = \frac{1}{2}$ zéro : $x = \frac{2}{3}$

11) $x = 4$

12) $x = 4$

13) $x = \pm \sqrt{5}$

14) $f(x) = -\log_2\left(\frac{-1}{16}(x+2)\right)$

15) $j(0) = -\frac{3}{2}$

16) $t \in \left] \frac{3}{4}, \frac{5}{4} \right[$

17) B

18) $x = -0,2367$

19) $x \geq -1$

20) a) $x = 4$ b) $x = -\frac{1}{6}$ c) $x \leq -\frac{1}{3}$

21) $f^{-1}(x) = \log_{\left(\frac{2}{3}\right)}\left(\frac{1}{2}(x+4)\right) + 2$ et $g^{-1}(x) = \frac{-1}{2} \log_2\left(\frac{1}{3}(x+2)\right) + \frac{3}{2}$

22) 9 années

23) 7,3 jours

24) $\log_c 3 = 0,565$

25) $\frac{5x - y}{2} - 4z$

26) la valeur est 2

27) $x = 5$

28) $x = 12$ et $y = 18$

29) $\log_8 18 = 2k + \frac{1}{3}$

Page 98

DÉFIS POUR LES ROCK STAR

31) $r = \frac{1}{2}$

32) Idée de la preuve : Il faut trouver les coordonnées de C. Puisque C est un point de la courbe, il satisfait donc son équation. Écrire la règle sous forme exponentielle, porter au carré et compléter par manipulations algébriques (3 ou 4 étapes)

33) $x = -2$ et $x = 2$

34) $x = 0$

35) a) $x \in \mathbb{R}$

b) $x < 0$

c) $x \in]-1, \infty[\setminus \{0\}$

d) $x \geq 1$

e) $x \in]10, \infty[\setminus \{10, 0, 10\}$

f) $x \in]-12, -4[\setminus \{-11,87 ; -4,127\}$

g) $x \in \mathbb{R}^*$

h) $x \in]-\sqrt{85}, -2] \cup [2, \sqrt{85}[$