CORRIGÉ DES NOTES – ALGÈBRE VECTORIELLE

Page 1

Exercice 1 :

a) Scalaire b) Vectorielle c) Scalaire

d) Vectorielle e) Scalaire f) Vectorielle

Page 6

Exercice 3 :

a) Vrai b) Vrai c) Faux : $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \vec{0}$ d) Faux : $\left\|\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}\right\| = 0$

e) Vrai f) $\left\|\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}\right\| = \left\|\vec{0}\right\| = 0$ g) Vrai h) Faux : $\overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{F_2}$

Exercice 4 :

a) $\vec{r}$: 20km, 290° b) $\vec{u}$: 40km, 20° $\vec{w}$ et 40km , 200°

Page 8

Exercice 5 : Les composantes du vecteur $\vec{u}$ sont :

- Composante horizontale : 8
- Composante verticale : -6

  On décrit le vecteur $\vec{u}$ comme ceci : $\vec{u}$ = (8 , -6)
- Orientation positive du vecteur : $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-6}{8}\right) + 360° \approx 323{,}13°$

Exercice 6 : $\overrightarrow{BA}$ = (-10 , 1)

Exercice 7 : $\overrightarrow{AB} = (8, -7)$ $\overrightarrow{BA} = (-8, 7)$ $-\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB} = (8, -7)$

Orientation de $\overrightarrow{AB} \approx -41{,}19°$ donc l'orientation de $\overrightarrow{BA} = -41{,}19° + 180° = 138{,}81°$

Page 10

1) *composantes*,

D(9, 4)

2) $c = -4$, $d = 3$ et $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 5$

3) $\vec{t} = (8, -1)$

4) *opposées* (ou de signes contraires)

D(-4, 0)

5) a) $\|\vec{p}\| = 13$ b) $-\vec{p} = (5, -12)$ et $\|-\vec{p}\| = 13$

6) $\vec{v} = \left(-4, \frac{-2}{5}\right)$

Page 11

Exercice 1: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{6}{4}\right) \approx 56{,}31°$

Exercice 2: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{-3}\right) + 180° \approx 126{,}87°$

Exercice 3: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-7}{-4}\right) + 180° \approx 240{,}26°$

Exercice 4: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-6}{2}\right) + 360° \approx 288{,}43°$

Page 13

Exercice 1 :

	Comp. horizontales	Comp. verticales
$\vec{F}_1$	15 cos 55° ≈ 8,60 N	15 sin 55° ≈ 12,29 N
$\vec{F}_2$	10 cos 255° ≈ –2,59 N	10 sin 255° ≈ –9,66 N
$\vec{F}_3$	20 cos 325° ≈ 16,38 N	20 sin 325° ≈ –11,47 N

Exercice 2 :

	Comp. horizontales	Comp. verticales
$\vec{F}_1$	14,14N	14,14N
$\vec{F}_2$	-21,65N	12,5N
$\vec{F}_3$	-9,64N	-11,49N

Page 18

$\vec{R} = (-41{,}83 \ ; \ 26{,}96)$

$\|\vec{R}\| \approx 49{,}77$ N

L'orientation : $\tan^{-1}\left(\frac{26{,}96}{-41{,}83}\right) + 180° \approx 147{,}2°$

Pages 20 à 22

Exercice 1 : a) $\vec{v} = (-4, 10)$ b) $\|\vec{v}\| \approx 10{,}77\ u$ c) $\theta_{\vec{v}} = 180° - \tan^{-1}\left(\frac{10}{4}\right) \approx 111{,}8°$

Exercice 2 : $t = \frac{18}{-12} = \frac{-10{,}8}{7{,}2} = \frac{-3}{2}$ ou -1,5

Exercice 3 : a) Oui, car $\frac{7}{5} = \frac{8{,}4}{6}$ b) $\vec{v} = \frac{5}{6}\vec{n}$

Exercice 4 : a) $\vec{n} = (6, -18)$ b) non c) oui

Exercice 5 : a) $\vec{t} = (22, 5)$ b) $\|\vec{t}\| = 22{,}56\ u$ c) $\theta_{\vec{t}} \approx 12{,}8°$

Exercice 6 : $a = -3$ et $b = 7$

Page 23

Exercice : b = -6

Pages 24 à 26

Exercice 1 : a) Oui b) Non c) Oui

Exercice 2 : À démontrer en les décrivant sous forme de composantes ou norme/orientation.

Exercice 3 : $\vec{u}$ = (10, 6) et $\vec{v}$ = (-10, -6)

Exercice 4 :

a) $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$

b) $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{GH}$
$\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$

c) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$

d) $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{IJ}$
$\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{IJ}$
$\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{IJ}$
$\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{IJ}$

Exercice 5 : a) $\overrightarrow{PM}$ b) $\vec{O}$ c) $\overrightarrow{BC}$ d) $\vec{O}$ e) $\vec{O}$ f) $\vec{O}$ g) $\overrightarrow{FD}$

Pages 29 et 30

Exercice 1 : $\vec{q} \bullet \vec{t} = -1$

Exercice 2 : $d = \frac{6}{5}$

Exercice 3 : $\vec{s} \bullet \vec{v} = 0$ car les vecteurs sont orthogonaux

Exercice 4 : $\vec{q} \bullet \vec{t} = 139{,}49$

Pages 32 à 35

Exercice 1 : a) $a = 2$ b) $a = -7$ et $b = \frac{2}{5}$

Exercice 2 : $\vec{v} = -10\vec{s} + 9\vec{r}$

Exercice 3 :
a) $\vec{w} = 2\vec{u} + 4\vec{v}$ b) $\vec{u} = 12\vec{n} - 17\vec{p}$

C'est impossible lorsque $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Exercice 4 : $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ $\vec{v} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$ $\vec{w} = -4\vec{i} - 2\vec{j}$ $\vec{s} = 5\vec{i} - 3\vec{j}$ $\vec{t} = -4\vec{j}$

Exercice 5 : a) $\vec{w} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ b) $\vec{w} = 10\vec{i} - 13{,}5\vec{j}$

Exercice 6 : $\vec{w} = -\frac{3}{5}\vec{u} + \frac{4}{5}\vec{v}$

Exercice 7 : Oui, car (1, 0) et (1, 1) sont non colinéaires, donc on peut dire qu'ils forment une base vectorielle dans le plan.

Exercice 8 : a) Vrai b) Vrai c) $\vec{w} = 2\sqrt{2}\,\vec{i} - 4\sqrt{2}\,\vec{j}$ d) $\vec{z} = \left(0\ ,\ \frac{\sqrt{2}}{5}\right)$

Pages 36 à 38

Exercice 1 : Faux, car $\vec{r}$ et $\vec{s}$ ne sont pas des vecteurs unitaires.

Exercice 2 : $\vec{v} = 50\sqrt{3}\,\vec{i} + 50\vec{j}$

Exercice 3 : $\|\vec{v}\| \approx 3{,}61$ u

Exercice 4 : $\vec{i} \bullet \vec{j} = 0$ car ces vecteurs sont orthogonaux

Exercice 5 : $\begin{cases} \vec{r} - \vec{s} + 2\vec{n} = (-6\,,\,-5) \\ \|\vec{r} - \vec{s} + 2\vec{n}\| \approx 7{,}81\ u \\ \theta_{\vec{r}-\vec{s}+2\vec{n}} \approx 219{,}81° \end{cases}$

Exercice 6 : Impossible, car $\vec{p}$ et $\vec{n}$ sont colinéaires!

Exercice 7 : a) $\vec{p} = -5\vec{i} + 12\vec{j}$ b) $\vec{p} = 0{,}5\vec{i} - 1{,}5\,\vec{j}$ c) $\vec{p} = -24\vec{i} + 60\vec{j}$

Exercice 8 : $\vec{u} \bullet \vec{v} = 24{,}3$ par les deux méthodes (l'unité Joules n'est pas nécessaire)

Exercice 9 : a) V b) V c) V d) V e) V

Exercice 10 : a) Ni l'un ni l'autre b) Colinéaires car $\vec{p} = -\vec{q}$

Exercice 11 : a) $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont opposés b) Les vecteurs sont orthogonaux
c) $\vec{v}$ et $\vec{z}$ sont colinéaires d) $a = 0$ ou $\vec{s} = \vec{O}$ e) $\vec{s}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires
f) $\vec{s}$ et $\vec{p}$ sont colinéaires

La chasse au trésor :
La combinaison linéaire est $\overrightarrow{DT} = 70\vec{u} + 3{,}5\vec{v}$
2 endroits possibles : (6 132,18 ; 3 520) et (10,83 ; 146,89)