Collège Regina Assumpta

Mathématique SN5

Chapitre cinquième - Vecteurs

Nom: _________________________________

Groupe: 5_____

<u>QUANTITÉS SCALAIRES ET VECTORIELLES</u>

Un *scalaire* est une quantité entièrement définie par un *nombre réel*.

► Exemples : La taille d'une personne, une somme d'argent etc.

Certaines quantités ne sont bien définies que si on les décrit à l'aide d'un nombre réel, d'une ___________________ et un ____________. (Orientation)

Orientation = ___________________ + _________.

► Exemples : La force gravitationnelle, la vitesse d'une voiture circulant vers le nord etc.

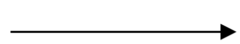
On appelle _______________________, l'outil mathématique utilisé pour décrire une quantité impliquant une grandeur orientée.

<u>Exercice 1</u> :
Dans les situations suivantes, indiquer par un X si la quantité est de nature scalaire ou vectorielle.

		Scalaire	Vectorielle
a)	Un moment de la journée		
b)	Le courant d'une rivière		
c)	Le salaire d'un individu		
d)	Le vent qui souffle		
e)	La masse d'une pierre		
f)	Le poids d'une personne		

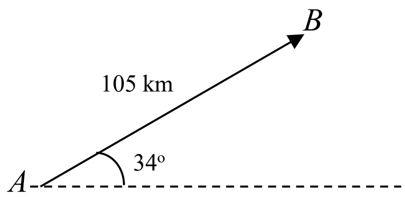
<u>Vecteur et flèche</u>
Il est naturel de représenter une information vectorielle par une flèche. Ce symbole est universel et simple à comprendre.

En effet, si je pousse sur un objet en exerçant une force de 200N dans la direction indiquée par la flèche, une manière simple et logique serait de présenter le dessin suivant.



1cm ~ 50N

Soit la flèche suivante illustrant une distance parcourue entre les deux points A et B du plan. On note cette flèche $\overrightarrow{AB}$.



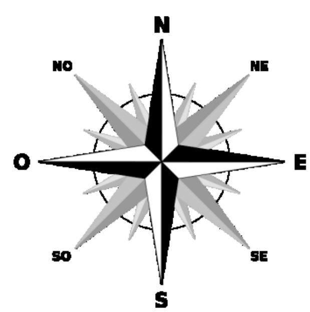
Grandeur (ou *norme*) : valeur de la quantité mesurée.

Orientation : inclinaison de la flèche par rapport à l'horizontale et le sens donné par la pointe

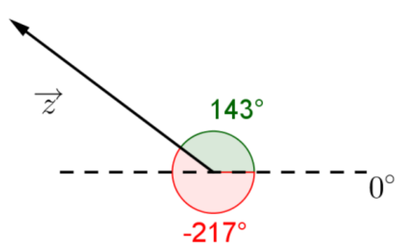
La _________________ est un nombre **réel positif** donnant la grandeur de la quantité physique.

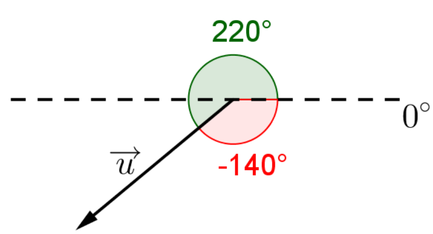
Dans l'exemple plus haut, on définit le vecteur $\overrightarrow{AB}$ comme ceci :

Dans la littérature anglaise…
Pour décrire la direction et le sens des vecteurs, on peut utiliser la rose des vents. Le vecteur AB ci-haut serait définit de la manière suivante :



Par convention, l'orientation d'un vecteur est mesurée par l'angle formé entre le vecteur et une droite horizontale.
L'orientation 0° correspond toujours à l'horizontale et <u>vers la droite</u>.



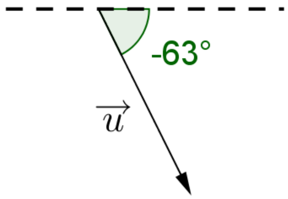


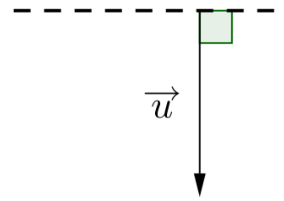
Sens antihoraire :______________________

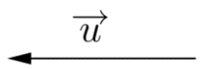
Sens horaire : ________________________

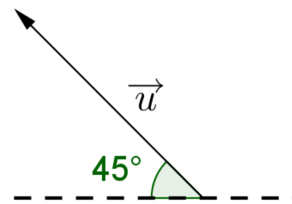
<u>Exercice 1 :</u>

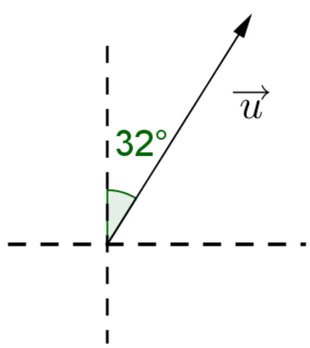
Donner l'orientation **positive** de chacun des vecteurs $\vec{u}$ suivants.



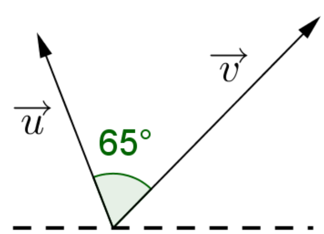


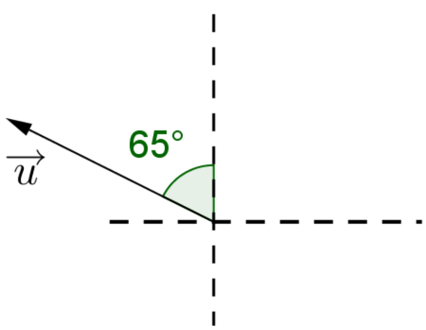


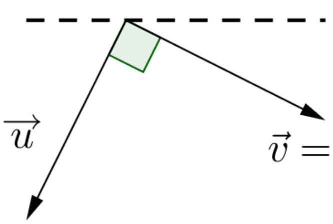




$$\vec{v} = \begin{cases} 28cm \\ 70° \end{cases}$$







$$\vec{v} = \begin{cases} 15km \\ \theta = -25° \end{cases}$$

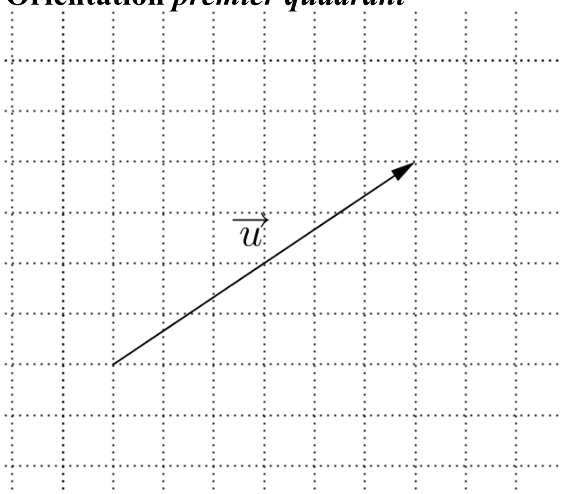
<u>Exercice 2</u> :

Soit les 4 vecteurs, chacun orienté vers un quadrant du plan cartésien.

a) Estimer son orientation à l'aide d'un rapporteur d'angles.

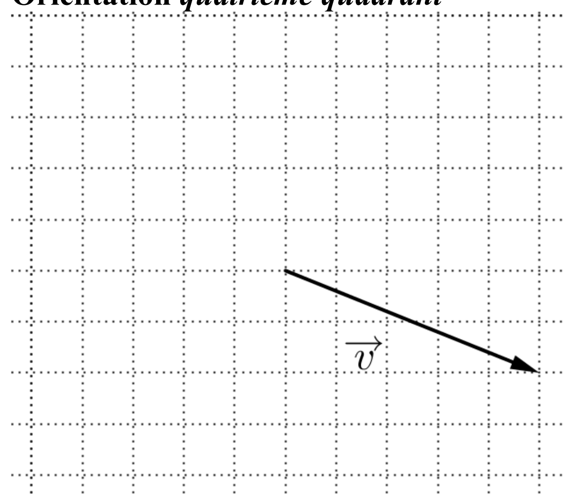
b) Calculer l'orientation (positive ou négative) de chacun à l'aide de rapports trigonométriques.

Orientation *premier quadrant*



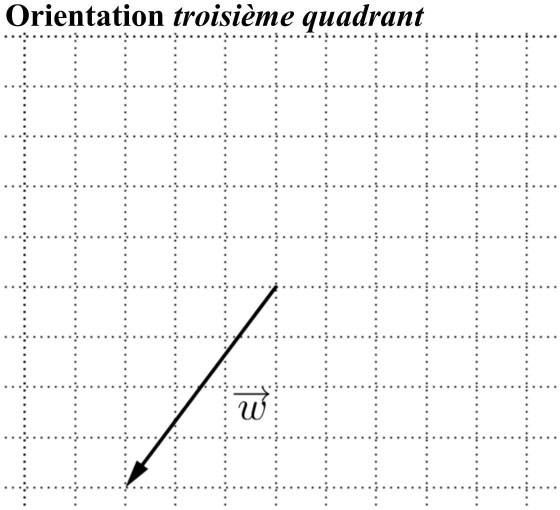
θ =

Orientation *quatrième quadrant*



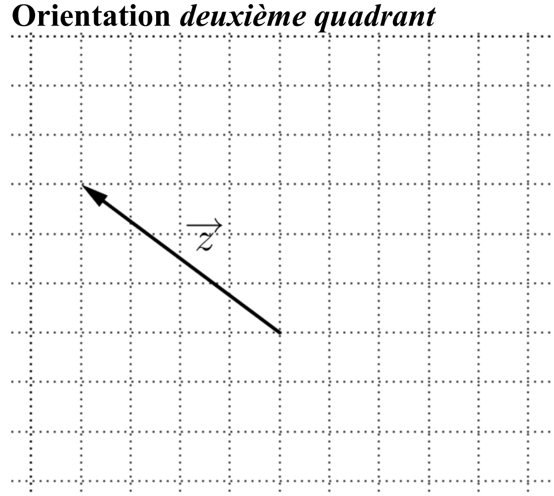
θ =

Orientation *troisième quadrant*



θ =

Orientation *deuxième quadrant*



θ =

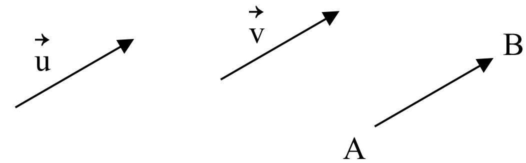
À RETENIR POUR TOUT LE CHAPITRE!!!

Il n'y a que vers les 2^e^ et 3^e^ quadrants où il faut ajouter _________ pour obtenir l'orientation d'un vecteur!!

<u>Vecteurs équipollents (ou égaux)</u>

Deux vecteurs sont **équipollents** si et seulement si les quantités qu'ils représentent ont :

- ________________________________
- ________________________________



Ainsi, $\vec{u} = \vec{v} = \overrightarrow{AB}$

<u>Vecteur nul</u>

Un **vecteur nul** est un vecteur de norme _________ auquel on attribue _______________ _________________________. Ce vecteur est noté _________.

Si AB est un vecteur nul, on déduit que les points A et B sont au même endroit et représentent le même point.

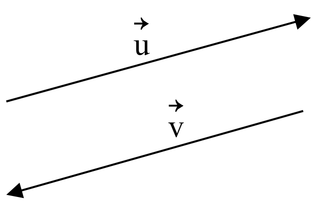
Dans le plan cartésien, si AB est un vecteur nul, on aura $A(x_A,y_A) = B(x_B,y_B)$ d'où ______ et __________.

<u>Vecteurs opposés</u>

Des vecteurs opposés ont : -____________________________________

-____________________________________

-____________________________________



v et u sont des vecteurs opposés

____________ et ____________

Ici $\vec{u} + \vec{v} =$ _______

Soit le vecteur AB. Le vecteur BA sera un vecteur opposé à AB.

On a ______________________ et ______________________

<u>Vecteur unitaire</u>

Un vecteur unitaire est un vecteur dont la norme vaut ______________.

Vecteurs orthogonaux

Des vecteurs sont orthogonaux s'ils sont ____.

Vecteurs colinéaires

Des vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même ___________________________________.

Exercice 3 :

Vous tirez sur un objet dans un sens et votre ami dans le sens opposé avec une force telle que l'objet reste immobile.

Dire si les énoncés suivants sont vrais. Sinon, faire la correction qui s'impose sur le membre de droite.

a) $\vec{F_2} = -\vec{F_1}$

b) $\| \vec{F_1} \| = \| \vec{F_2} \|$

c) $\vec{F_1} + \vec{F_2} = 0$

d) $\| \vec{F_1} + \vec{F_2} \| = \vec{0}$

e) $\| \vec{F_1} \| + \| \vec{F_2} \| = 2 \| \vec{F_1} \|$

f) $\| \vec{F_1} + \vec{F_2} \| = \| \vec{F_1} \| + \| \vec{F_2} \|$

g) $\| \vec{F_1} - \vec{F_2} \| = \| \vec{F_1} \| + \| \vec{F_2} \|$

h) $\vec{F_1} = \vec{F_2}$

Exercice 4 :

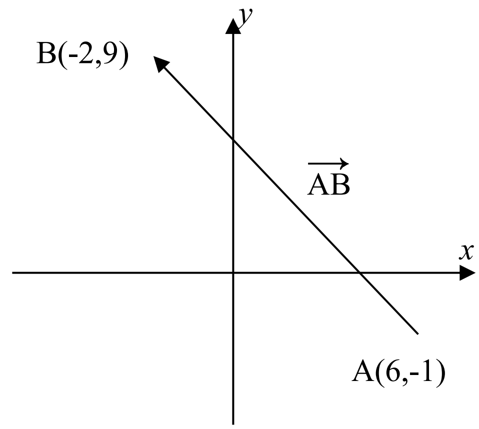
Soit $\vec{v}$: 20km à 110°

a) Décrire un vecteur **r** opposé au vecteur **v** :___________________________

b) Décrire 2 vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ dont la norme vaut le double de celle de $\vec{v}$ et orthogonaux à celui-ci.

VECTEURS ET PLAN CARTÉSIEN

En partant de l'origine du vecteur AB, on s'est déplacé horizontalement de ________ unités vers la gauche et verticalement de ______ unités vers le haut pour arriver à l'extrémité du vecteur.



d'où $\overrightarrow{AB}$ = (,)

$\overrightarrow{AB}$ = (,)

On parlera des ________________________________ orthogonales du vecteur.

Soit le point C(1 , 10) qui est l'origine du vecteur CD = (8 , -10).

a) Donner les coordonnées de D________________________

b) Décrire le vecteur CD en fonction de $\overrightarrow{AB}$______________

Les **composantes** d'un vecteur AB défini par A(x_a,y_a) et B(x_b,y_b) sont toujours obtenues de la manière suivante, et ce, peu importe la position relative de A et B :

$\overrightarrow{AB}$ = (,)

Attention! Un couple peut représenter deux choses complètement différentes :

- Un vecteur sous forme de **composantes orthogonales**;
- Un point (x,y) du plan cartésien.

Ainsi, le **point** A dont les coordonnées sont x et y est noté _______________

alors que le **vecteur** $\vec{v}$ dont les composantes sont a et b est noté _______________

► Deux vecteurs qui ont les mêmes composantes sont ____________________________

Exercice 5 :

En partant de l'origine d'un vecteur $\vec{u}$ on se déplace horizontalement de 8 unités vers la droite puis verticalement de 6 unités vers le bas pour arriver à l'extrémité.

Les composantes du vecteur $\vec{u}$ sont :

- Composante horizontale : _____
- Composante verticale : _____

On décrit le vecteur $\vec{u}$ comme ceci : $\vec{u}$ = (_____, ______)

Donner l'orientation **positive** du vecteur :

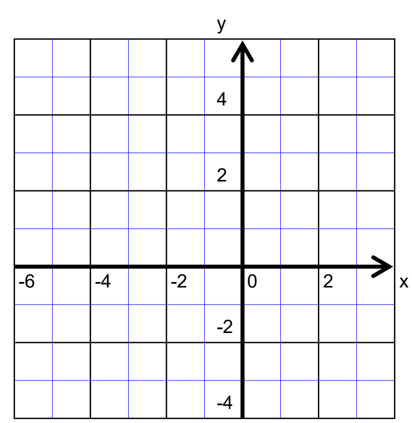
Exercice 6 :

A(-4,3) et B(6,2) sont respectivement l'origine et l'extrémité du vecteur AB.

Décrire le vecteur BA sous forme d'un couple de composantes.

Exercice 7 :

Soit A (-5, 4) et B (3, -3) deux points du plan.
Décrire les vecteurs suivants à l'aide de leurs composantes orthogonales et donner l'orientation de chacun.



$\overrightarrow{AB}$ = (_______, _______)

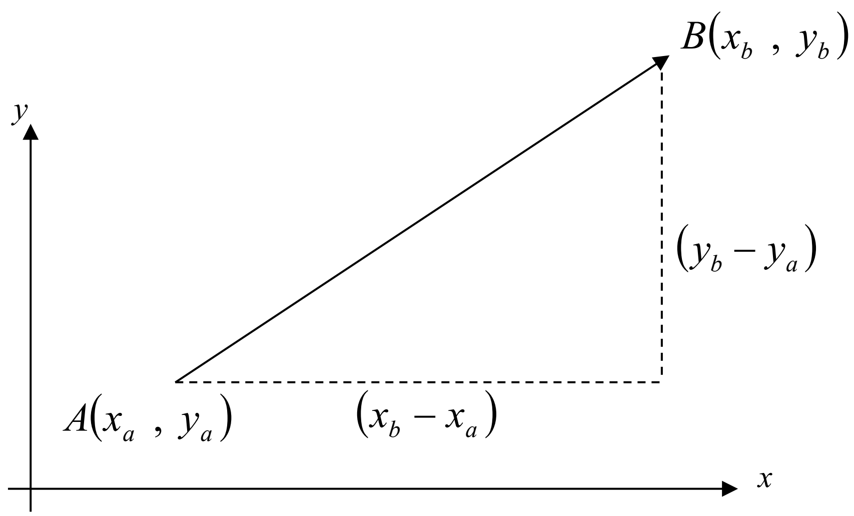
$\overrightarrow{BA}$ = (_______, _______)

-$\overrightarrow{BA}$ = (_______, _______)

<u>NORME D'UN VECTEUR</u>

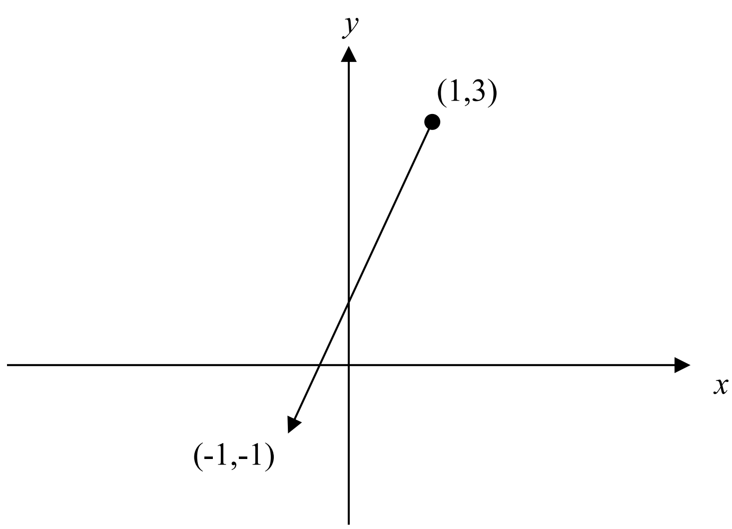
On appelle **norme d'un vecteur** le nombre réel positif qui caractérise la grandeur de ce vecteur.

Soit le vecteur AB



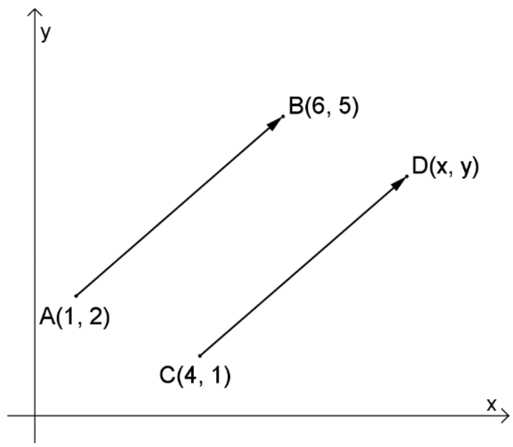
$\|\overrightarrow{AB}\| =$

Donner la norme et l'orientation du vecteur $\vec{v}$ suivant sachant qu'il représente une force exercée en Newton.



Exercices sur les composantes des vecteurs :

1) Des vecteurs **équipollents** ont les mêmes ______________________.



Déterminer les coordonnées du point D.

2) Soit $\vec{v} = (-4, 3)$ et $\vec{u} = (c, d)$.

Si, $\vec{v} = \vec{u}$ alors $c =$ ______

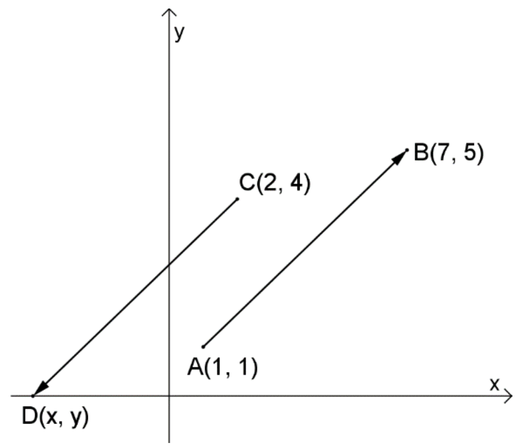
$d =$ ______

et $\|\vec{u}\| =$ ______ $=$ ______.

3) Soit $\vec{r} = (a + b, a - b)$ et $\vec{s} = (5, 3)$

Décrire $\vec{t} = (2a, -b)$ si $\vec{r} = \vec{s}$.

4) Des vecteurs **opposés** ont des composantes ________________.



Déterminer les coordonnées du point D.

5) Soit $\vec{p} = (-5, 12)$.

a) Calculer la norme de $\vec{p}$.

b) Décrire le vecteur opposé de $\vec{p}$ et calculer sa norme.

6) Soit $\vec{s} = (2a + 1, a + 2b)$,

$\vec{t} = (3a - 1, 7a - 2b)$

Et $\vec{g} = \left(-a + 2b, \dfrac{a}{a + b}\right)$.

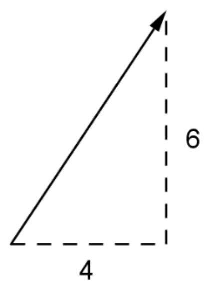
Si $\vec{t} = \vec{s}$ et $\vec{v} = -\vec{g}$, décrire le vecteur $\vec{v}$ sous forme de composantes.

<u>ORIENTATION D'UN VECTEUR D'APRÈS SES COMPOSANTES</u>

Aidez-vous de la page 4 pour les exercices suivants

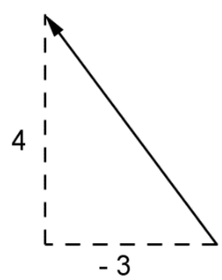
<u>Exercice 1</u> :

Soit $\vec{v} = (4, 6)$. Déterminer l'orientation du vecteur **v**. Arrondir au centième.



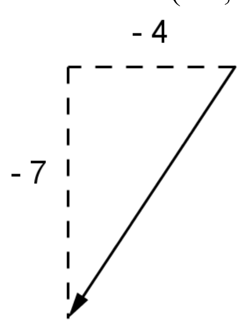
<u>Exercice 2</u> :

Soit $\vec{r} = (-3, 4)$. Déterminer l'orientation du vecteur **r**. Arrondir au centième.



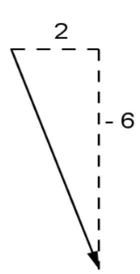
<u>Exercice 3</u> :

Soit $\vec{r} = (-4, -7)$. Déterminer l'orientation du vecteur **r.** Arrondir au centième.

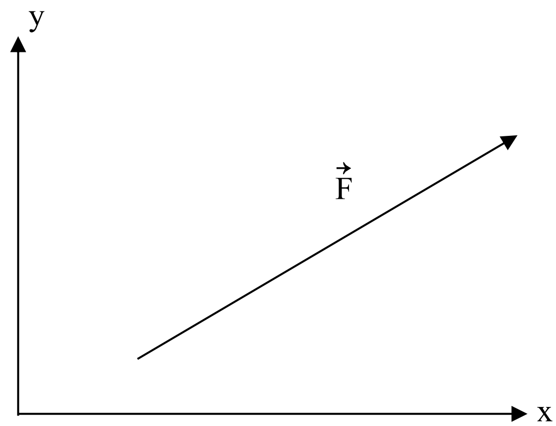


<u>Exercice 4</u> :

Soit $\vec{r} = (2, -6)$. Déterminer l'orientation positive du vecteur **r.** Arrondir au centième.



<u>LES COMPOSANTES D'APRÈS LA NORME ET L'ORIENTATION</u>



Posons : a : comp. horizontale
b : comp. verticale

$\vec{F}$: 24N, 34°

Composante horizontale :

Composante verticale :

On peut écrire le vecteur sous forme de composantes.

$$\vec{F} = (\qquad ; \qquad)$$

Dans le cercle trigonométrique…

Les composantes de $\overrightarrow{OA}$ sont

Comp. Horiz. = __________

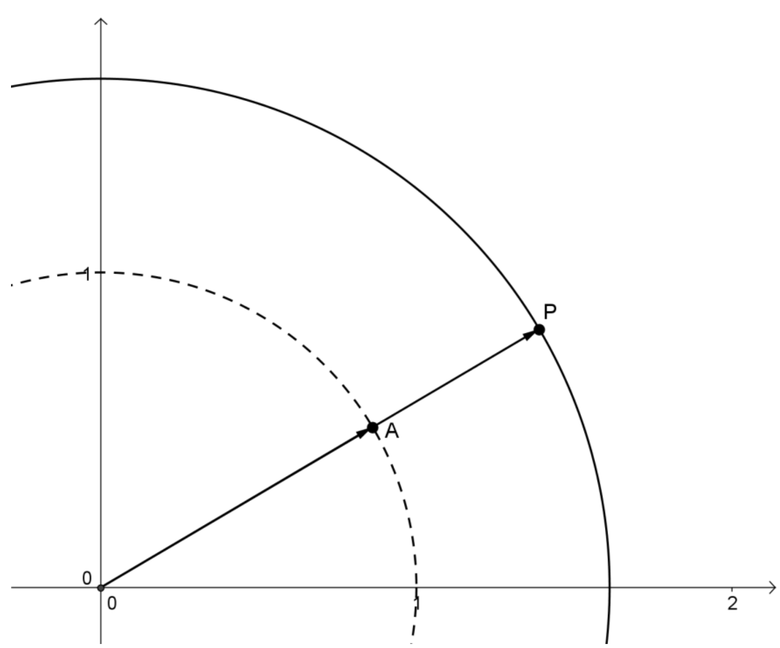
Comp. Vert. = ___________

Soit $\|\overrightarrow{OP}\| = r$

Les composantes de $\overrightarrow{OP}$ sont

Comp. Horiz. = __________

Comp. Vert. = ___________



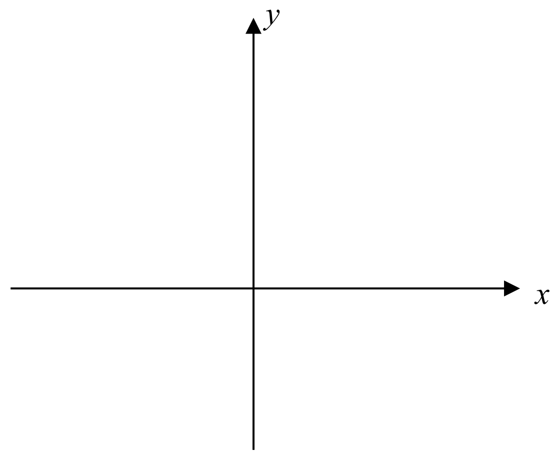
On peut écrire tout vecteur : $\vec{F}$ = (**)**

Exercice 1 :
Trouver les composantes des vecteurs ci-dessous.

$\vec{F}_1$: 15 N à 55º

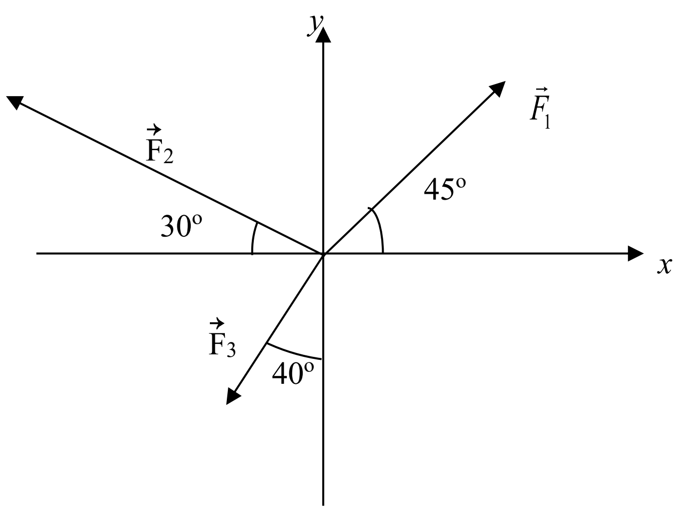
$\vec{F}_2$: 10 N à 255º

$\vec{F}_3$: 20 N à 325º



	Comp. horizontales	Comp. verticales
$\vec{F}_1$		
$\vec{F}_2$		
$\vec{F}_3$		

Exercice 2 :
Donner les composantes orthogonales de chacun des vecteurs suivants.



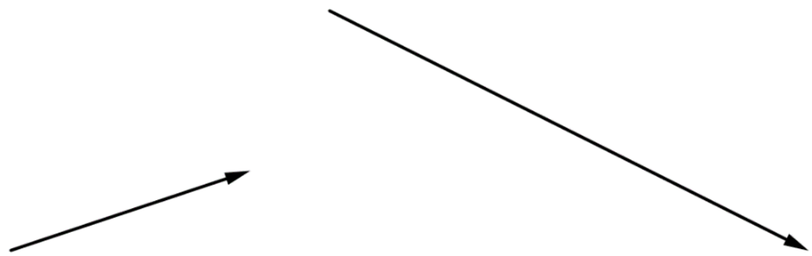
$\|\vec{F}_1\| = 20$ N
$\|\vec{F}_2\| = 25$ N
$\|\vec{F}_3\| = 15$ N

	Comp. horizontales	Comp. verticales
$\vec{F}_1$		
$\vec{F}_2$		
$\vec{F}_3$		

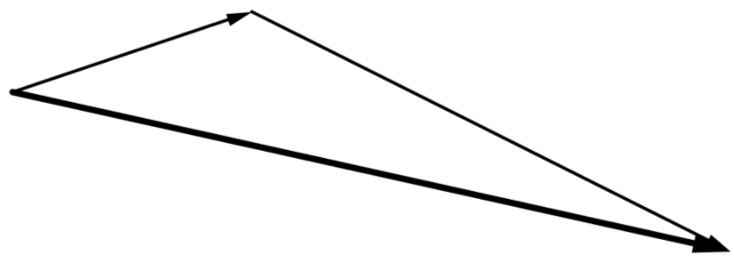
OPÉRATIONS SUR LES VECTEURS

#1 Addition de vecteurs

Supposons que vous effectuez 2 parcours linéaires successifs représentés par les vecteurs u et v ci-dessous.



Plaçons ces vecteurs l'un au bout de l'autre de manière à bien illustrer les déplacements à effectuer.



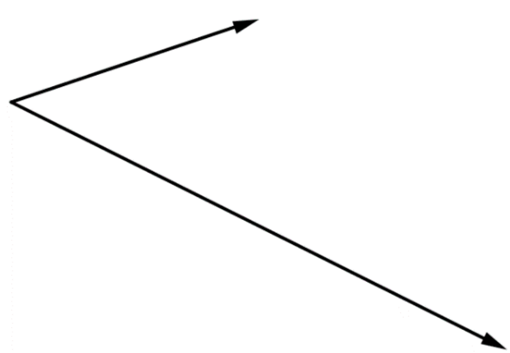
La trajectoire AC est le résultat net des deux parcours. Cette opération s'appelle _______ ____________________________________.

Le résultat, c.-à-d. la somme est appelée ________________________________ .

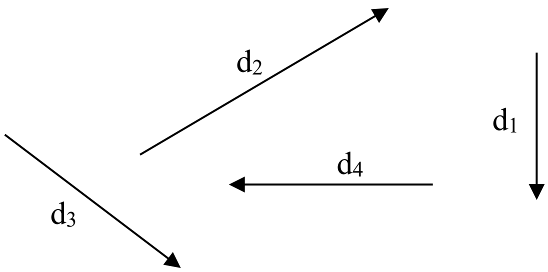
On appelle cette méthode d'addition géométrique la méthode *du triangle* (ou si plus de deux vecteurs doivent être additionnés elle porte le nom de méthode *par enchaînement*).

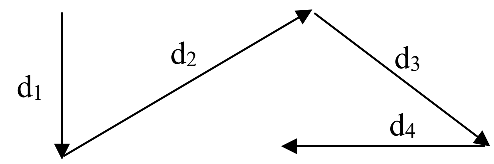
Il existe aussi une autre méthode qui porte le nom de *méthode du parallélogramme* qui se base sur une construction différente, mais qui est équivalente à la première.

Pour additionner par la méthode du parallélogramme, on doit faire coïncider les origines des deux vecteurs à additionner.

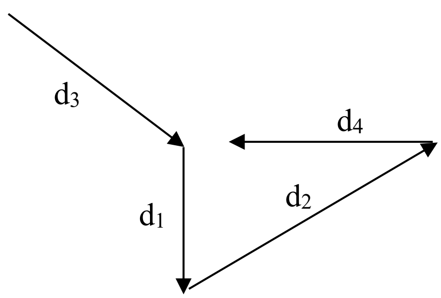


Exercice : À partir des vecteurs suivants, représenter la résultante $\overrightarrow{d_1 + d_2 + d_3 + d_4}$.
Note : J'ai volontairement omis les flèches au-dessus de chaque nom pour alléger les dessins.

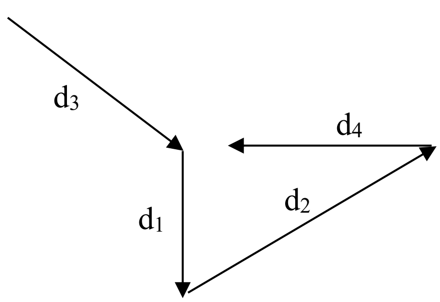




Représentons maintenant la somme $\overrightarrow{d_3 + d_1 + d_2 + d_4}$



Représenter maintenant la somme vectorielle suivante $\overrightarrow{(d_3 + d_1) + (d_2 + d_4)}$

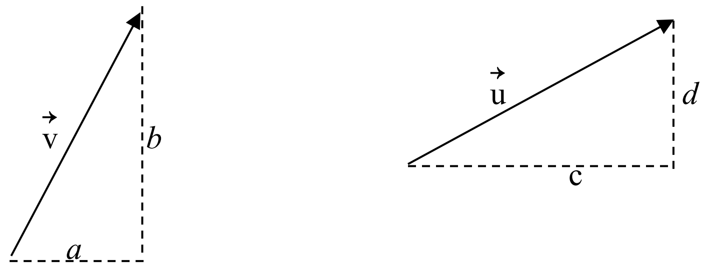


Ces exemples nous montrent bien deux propriétés fondamentales quant à l'addition de vecteurs : la **commutativité** et **l'associativité** de l'addition.

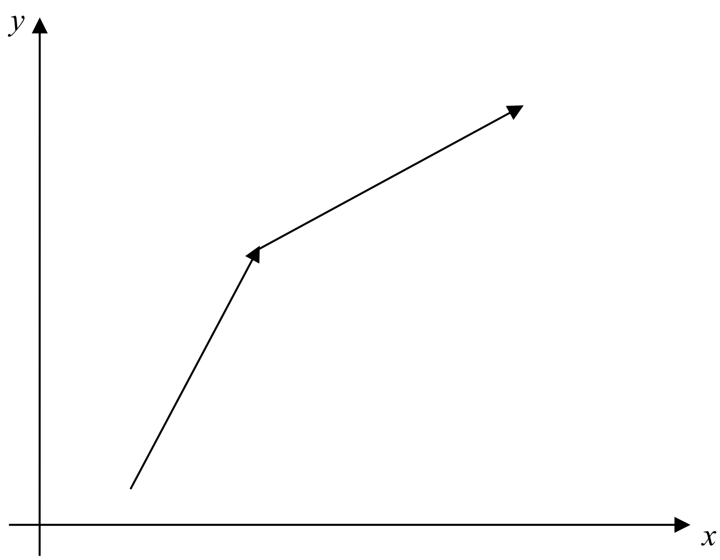
________________________ ________________________

<u>Addition de vecteurs donnés sous forme de couples de composantes.</u>

Prenons 2 vecteurs **v** et **u** et détaillons leurs composantes orthogonales.



Par la méthode du triangle, représentons $\vec{v} + \vec{u}$ géométriquement.



On note que les composantes de la résultante correspondent à ______________________

_____________________________________des vecteurs donnés.

Exercice :

Monsieur Arvizet lâche la barre de son bateau, le laissant ainsi aller à la dérive. Imprudent le gaillard! Le bateau est alors soumis à un vent de 60km/h orienté à 30° ainsi qu'à un fort courant marin dont la vitesse est de 45km/h suivant une orientation de 110°.

Fais un croquis de la direction que prendra le bateau de Monsieur Arvizet et illustrant également la vitesse à laquelle il se déplacera.

Question d'estimation :

1- Le bateau de Monsieur Arvizet se déplacera-t-il à 105km/h?__________________

2- Le bateau se déplacera-t-il selon une orientation de 140° ?___________________

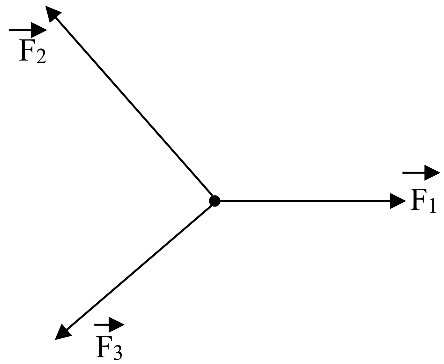
	Comp. hor.	Comp. vert.
$\vec{v}$		
$\vec{c}$		
$\vec{r}$		

$\vec{r} = (\qquad , \qquad)$

Déterminer la norme et l'orientation de la résultante.

Exercice

Trois forces sont appliquées en un point.



$\overrightarrow{F_1} : 50N, 0^o$ $\overrightarrow{F_2} : 80N, 125^o$ $\overrightarrow{F_3} : 60N, 220^o$

À l'aide d'une démarche algébrique (sans faire de dessin), définir la résultante $\vec{R}$ à l'aide de ses composantes orthogonales.

$\| \vec{R} \| =$

L'orientation :

#2 Soustraction de vecteurs

La soustraction de vecteurs fonctionne également comme l'addition.

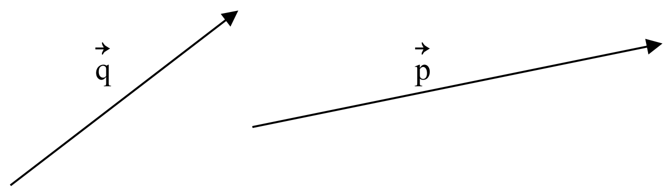
Soit deux vecteurs définis à l'aide de leurs composantes orthogonales.

$$\vec{u} = (a\ ,\ b) \quad \text{et } \vec{v} = (c\ ,\ d)$$

Le vecteur résultant $\vec{r} = \vec{u} - \vec{v} =$ __________________

Pour soustraire géométriquement deux vecteurs, il suffit ___________________________
___________________.

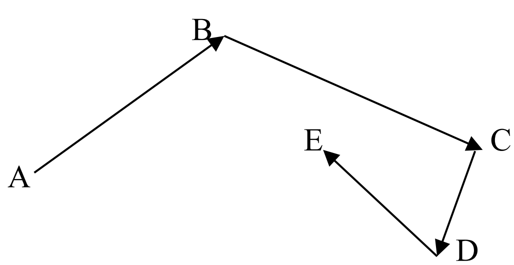
$\vec{q} - \vec{p} = \vec{q} + -\vec{p}$



Relation de Chasles

Soit les vecteurs AB, BC, CD et DE.

Si on additionne ces vecteurs, on aura

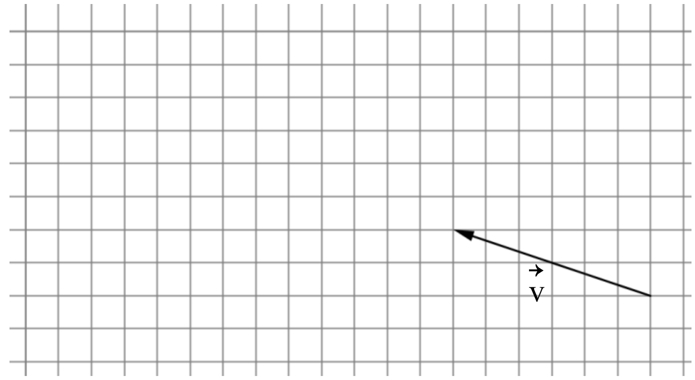


$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} =$$

Exercice : Donner le vecteur résultant.

a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CF}$

b) $-\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PO}$



#3 Multiplication d'un vecteur par un scalaire

Représenter le vecteur 3**v**

(Algébriquement $\vec{v} + \vec{v} + \vec{v} = 3\vec{v}$)

On obtient un nouveau vecteur ayant la ________________________________ que $\vec{v}$ et dont la norme vaut 3 fois celle de $\vec{v}$.

Représenter maintenant le vecteur -2**v**. Sa norme vaut _______________ fois celle de $\vec{v}$.

Étant donné un scalaire k et un vecteur $\vec{v}$, le produit $k\vec{v}$ est un vecteur dont :

a) la norme égale le produit de la valeur absolue de k et de la norme de $\vec{v}$.

____

b) la direction est celle de__________.

c) le sens : si $k > 0$, _______________________________

si $k < 0$, _______________________________

d) Les composantes : $k(a , b) =$ _______________

Exercice 1

Soit $\vec{n} = (2 , -5)$

a) Quelles sont les composantes d'un nouveau vecteur $\vec{v} = k\,\vec{n}$ si $k = -2$?

b) Quelle est la norme de $\vec{v}$?

c) Quelle est l'orientation de $\vec{v}$?

Exercice 2

Déterminer la valeur de t : $\vec{v} = t\,\vec{n}$, si $\vec{v} = (18 , -10{,}8)$ et $\vec{n} = (-12 , 7{,}2)$

Exercice 3

Soit $\vec{v} = (5 , 7)$ et $\vec{n} = (6 ; 8{,}4)$

a) Ces vecteurs sont-ils colinéaires ? Pourquoi?

b) écrire $\vec{v}$ en termes de $\vec{n}$?

Exercice 4

Une de propriété de la multiplication par un ou des scalaires s'énonce

$$k_1(k_2\vec{v}) = (k_1k_2)\,\vec{v}$$

Soit $\vec{v} = (-1 , 3)$. Si $k_1 = 2$ et $k_2 = -3$

a) Donner sous forme de couples de composantes $\vec{n} = k_1(k_2\vec{v})$

b) Le nouveau vecteur est-il dans le même sens que $\vec{v}$?

c) Est-il vrai que sa norme sera 6 fois celle de $\vec{v}$?

Exercice 5

Soit $\vec{u} = (2 , 3)$ et $\vec{v} = (4 , -1)$

a) Donner les composantes de $\vec{t}$ si $\vec{t} = 4\vec{v} + 3\vec{u}$

b) Quelle est la norme de $\vec{t}$?

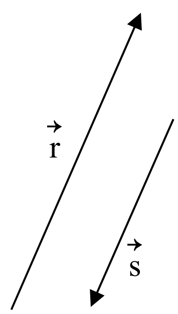
c) Quelle est l'orientation de $\vec{t}$?

Exercice 6

Résoudre : $\vec{p} = a\vec{u} + b\vec{v}$, sachant que $\vec{p} = (-3\ ,\ 1)$; $\vec{u} = (1\ ,\ 2)$ et $\vec{v} = (0\ ,\ 1)$

VECTEURS COLINÉAIRES (vecteurs linéairement dépendants)

Deux vecteurs colinéaires sont des vecteurs ayant la ______________________________.
(norme et sens n'ont pas d'importance)



$\vec{r}$ et $\vec{s}$ sont______________________________

Les flèches qui les représentent sont______________________

Exemple 1

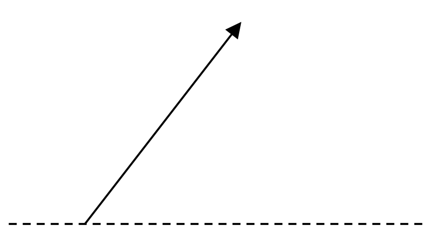
Soit les vecteurs **p** et **q**

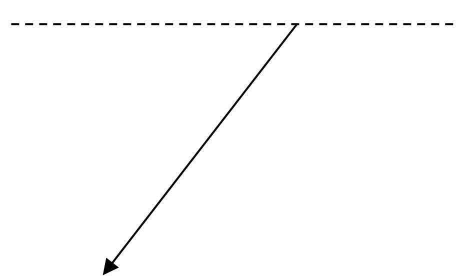
$\vec{p}$: 30 unités à 30º et $\vec{q}$: 10 unités à 210º

$\vec{p}$ et $\vec{q}$ sont colinéaires car __________________________________

Exemple 2

Soit $\vec{v} = (\ 5\ ,\ 8\ )$ et $\vec{u} = (\ -10\ ,\ -16\ )$





Exercice 3

Soit $\vec{r} = (3, 7)$ et $\vec{v} = (15, 35)$

Notons qu'on peut réécrire chaque vecteur en fonction de l'autre.

$\vec{r} =$

$\vec{v} =$

Les composantes du vecteur **v** sont un même multiple des composantes du vecteur **r**.

Cette observation montre bien un lien (une dépendance) entre les deux vecteurs.

Exercice :
Soit $\vec{v} = (5, b)$ et $\vec{t} = (-10, 12)$. Quelle valeur faut-il attribuer à **b** pour que ces vecteurs soient colinéaires?

DONC, deux vecteurs sont colinéaires…

- si l'angle formé entre les vecteurs est de ______ ou ______

ou

- si chacun peut être exprimé par le produit de l'autre vecteur et d'un scalaire.

ou encore

- si les vecteurs ont le même rapport $\frac{\text{composante verticale}}{\text{composante horizontale}}$ (avec comp. hor. $\neq 0$).

<u>VECTEURS ORTHOGONAUX</u>

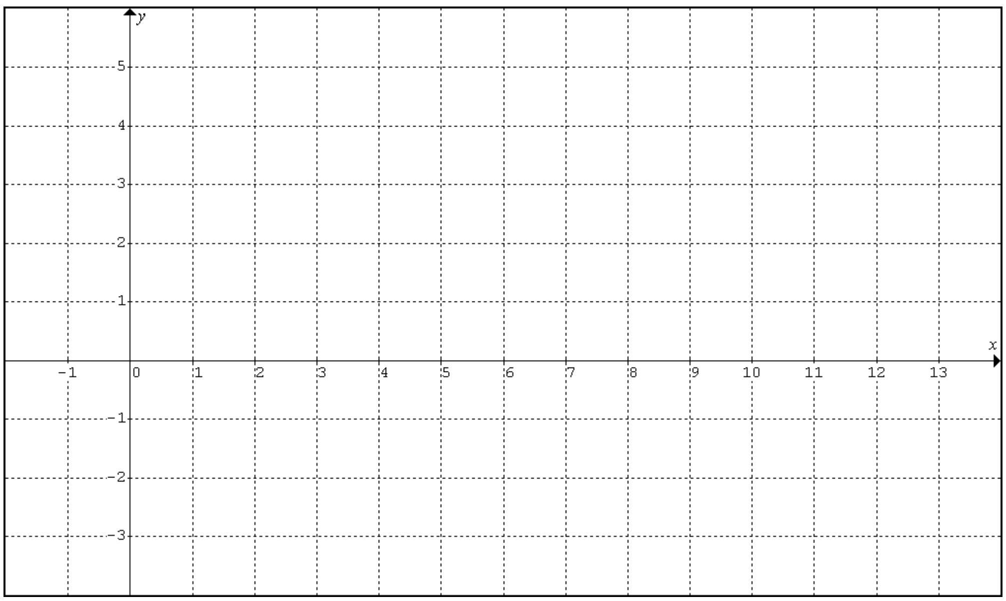
Deux vecteurs représentés par des flèches perpendiculaires l'une à l'autre sont dits **orthogonaux**.

(1) <u>Sans repère cartésien</u>

Des vecteurs sont orthogonaux si leurs orientations forment un angle ____________.

(2) <u>Avec repère cartésien</u>

Soit les vecteurs : $\vec{u} = (4, 6)$ et $\vec{v} = (3, -2)$



Soit $\vec{u} = (a, b)$ et $\vec{v} = (c, d)$

Des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **orthogonaux** si ____________________________________

<u>Exercice 1</u> :

Soit les vecteurs $\vec{u} = (4 ; 5)$; $\vec{v} = (-7{,}5 ; 6)$ et $\vec{w} = (10 ; -8)$

a) $\vec{u}$ est-il orthogonal à $\vec{w}$?

b) $\vec{v}$ est-il orthogonal à $\vec{w}$?

c) $\vec{u}$ est-il orthogonal à $\vec{v}$?

Exercice 2 :

Vérifiez si les vecteurs $\vec{u}: 12\text{km}, 242°$ et $\vec{v} = (17{,}66 ; -9{,}39)$ sont orthogonaux.

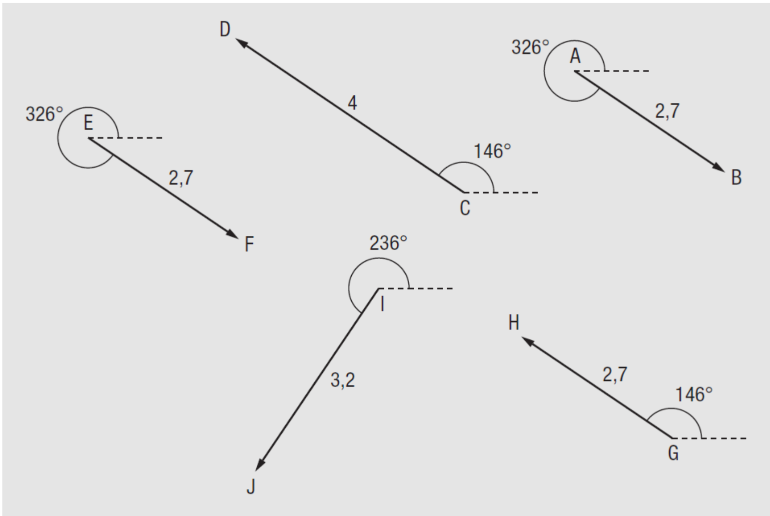
Exercice 3 :

Détermine $\vec{u}$ et $\vec{v}$ orthogonaux à $\vec{p} = (-3 , 5)$ sachant que $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 2\|\vec{p}\|$

$\vec{u}$ = (_____, _____) et $\vec{v}$ = (_____, _____)

Exercice 4 :

Soit les vecteurs illustrés ci-contre, énumérer les vecteurs mutuellement…



a) équipollents :

b) opposés :

c) colinéaires :

d) orthogonaux :

Exercice 5 : Écrire les sommes vectorielles suivantes sous la forme d'un seul vecteur.

a) $-\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PN} =$

b) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP} =$

c) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD} =$

d) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{BE} =$

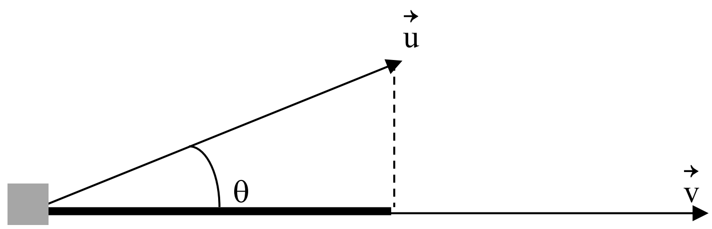
e) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} =$

f) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{BC} =$

g) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} - \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$

<u>LE PRODUIT SCALAIRE</u> (en anglais : dot product)

Le **produit scalaire** de deux vecteurs correspond à la mesure de ce qu'on appelle le *travail efficace* effectué sur un objet.
Imaginons une situation dans laquelle un objet est soumis à une force de 100N (représenté par $\vec{u}$) et se déplace sur une distance de 20m (représenté par $\vec{v}$). La force a une orientation de 30°.



La projection de $\vec{u}$ sur le vecteur $\vec{v}$ correspond à la <u>composante de</u> $\vec{u}$ <u>dans la direction du vecteur</u> $\vec{v}$.

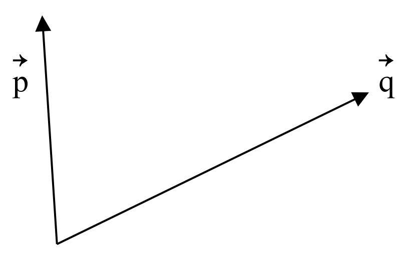
La projection de $\vec{u}$ sur $\vec{v}$ se calcule ainsi ____

Dans cet exemple, le travail effectué efficacement est de :__________________________

L'unité du travail est ___________________ qui correspond aussi à__________________.

<u>Exercice 1</u>

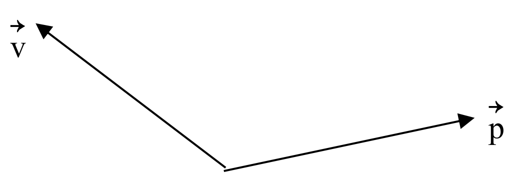
Soit deux vecteurs



Tracer la projection de $\vec{p}$ sur $\vec{q}$ et la projection de $\vec{q}$ sur $\vec{p}$.

<u>Exercice 2</u>

Tracer la projection de $\vec{v}$ sur $\vec{p}$



Soit 2 vecteurs v et u. On note le produit scalaire_____________________________

En reprenant la définition donnée au début, on a :

$$\vec{u} \bullet \vec{v} =$$

À quoi correspond θ dans la formule du produit scalaire? ___________________________.

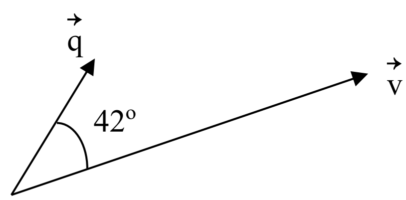
Le produit scalaire retourne un ________________________ et non un _______________.

Il s'agit d'une opération arithmétique **commutative**.

$$\boxed{\vec{q} \bullet \vec{p} = \qquad\qquad}$$

Exercices

a) Donner $\vec{q} \bullet \vec{v}$



$\| \vec{q} \| = 20$ N
$\| \vec{v} \| = 50$ m

b) À quelle valeur de $\vec{q} \bullet \vec{p}$ devrions-nous nous attendre dans une telle situation ?

$\| \vec{q} \| = 20$ N
$\| \vec{p} \| = 75$ m

c) Si l'angle entre les vecteurs est supérieur à 90°, à quoi devrions-nous nous attendre en ce qui a trait à la valeur du produit scalaire ?________________

Exercices

Soit $\vec{s}$ et $\vec{t}$. On sait que $\|\vec{s}\| = 15$ N et $\|\vec{t}\| = 12$ m. De plus, on a que $\vec{s} \bullet \vec{t} = 120{,}44$J.
Trouver l'angle entre les 2 vecteurs.

Si le produit scalaire de deux vecteurs est **nul** alors ces deux vecteurs sont____________________________

Produit scalaire à l'aide des composantes

Lorsque les vecteurs sont donnés sous forme de composantes, le produit scalaire s'effectue comme suit :

si $\vec{u} = (a, b)$ et $\vec{v} = (c, d)$ alors $\vec{u} \bullet \vec{v} = ac + bd$

La démonstration de cette règle est présentée en annexe à ce chapitre.

Exercice 1

Soit $\vec{q} = (5, -2)$ et $\vec{t} = (1, 3)$
Calculer $\vec{q} \bullet \vec{t}$

Exercice 2

Soit $\vec{s} \bullet \vec{p} = 12$, $\vec{s} = (2, 5)$ et $\vec{p} = (3, d)$. Déterminer la valeur de la composante d ?

Exercice 3

Seulement en observant les vecteurs suivants, pourriez-vous donner le résultat de $\vec{s} \bullet \vec{v}$?

$\vec{s} = (\ 2\ ,\ 5\ )$ et $\vec{v} = (\ -10,\ 4\ )$

Exercice 4

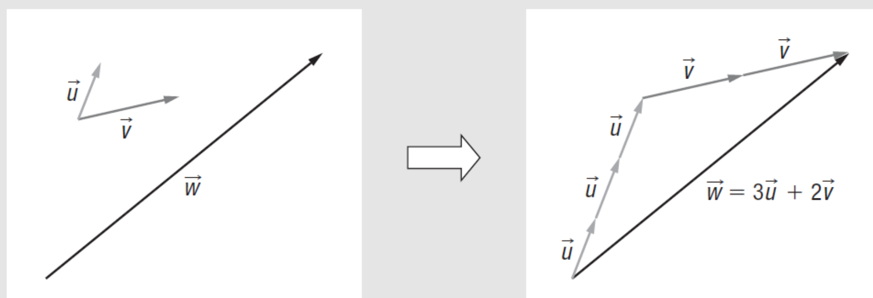
Détermine $\vec{q} \bullet \vec{t}$ si $\vec{q} = (0\ ,\ -21\ )$ et $\vec{t}$: 17N, 337°

COMBINAISONS LINÉAIRES

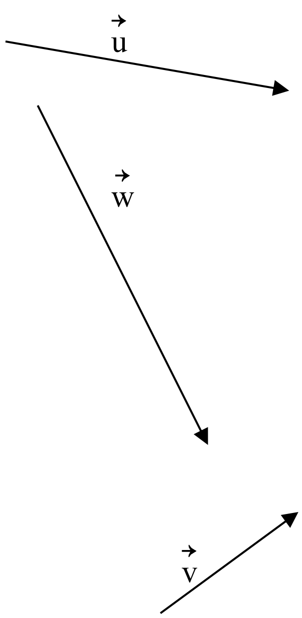
Une combinaison linéaire est une manière d'engendrer un vecteur donné à partir de deux autres vecteurs.

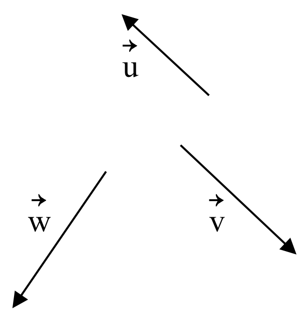
Toute écriture de la forme $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$ est appelée une **combinaison linéaire** de $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Les nombres réels utilisés sont appelés les coefficients de la combinaison.

En mettant bout à bout un certain nombre de chacun des vecteurs *u* et *v*, il est possible d'obtenir le vecteur *w* sous la forme d'une combinaison linéaire de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$.



Représenter la combinaison linéaire permettant d'engendrer le vecteur w suivant à partir de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ puis **estimer** la valeur des coefficients de la combinaison.





Faites vos calculs à la page suivante

Exercice 1 :

Déterminer le ou les coefficients inconnus dans chaque combinaison linéaire donnée.

a) $(3, 4) = a(1, 1) + 1(1, 2)$

b) $(-20, -40) = a(2, 8) + b(-15, 40)$

Exercice 2 :

Exprimer $\vec{v}$ dont les composantes sont (6, 8) comme une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{s}$ et $\vec{r}$ donnés. Soit $\vec{s} = (3, 1)$ et $\vec{r} = (4, 2)$.

Exercice 3 a)

Exprimer $\vec{w}$ dont les composantes sont (16, 26) comme une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ donnés. Soit $\vec{u} = (2, 5)$ et $\vec{v} = (3, 4)$.

Exercice 3 b)

Exprimer $\vec{u} = \left(449\sqrt{3}, -545\right)$ comme une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{p}$ définis comme suit : $\vec{n} = \left(2\sqrt{3}, -10\right)$ et $\vec{p}$: 50km; 150°.

Travaillez avec les valeurs exactes.

Une combinaison linéaire de la forme $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$ est-elle toujours possible pour n'importe-quels vecteurs u v et w du plan?

Si non, dans quel(s) cas est-ce impossible?

Page suivante…

BASES VECTORIELLES

Deux vecteurs qui peuvent engendrer n'importe quel vecteur du plan par combinaison linéaire constituent une **base vectorielle**.

Pour constituer une base vectorielle, les deux vecteurs ne doivent pas être ____ (et doivent être non nuls!)

Il existe une ____________________ de bases vectorielles.

La plus simple est celle qui utilise les vecteurs unitaires $\vec{i} = (1, 0)$ et $\vec{j} = (0, 1)$.

Une base vectorielle dont les vecteurs sont unitaires et orthogonaux est dite ***orthonormée***.

Exercice 4 : Exprimer les vecteurs représentés comme une combinaison linéaire de $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

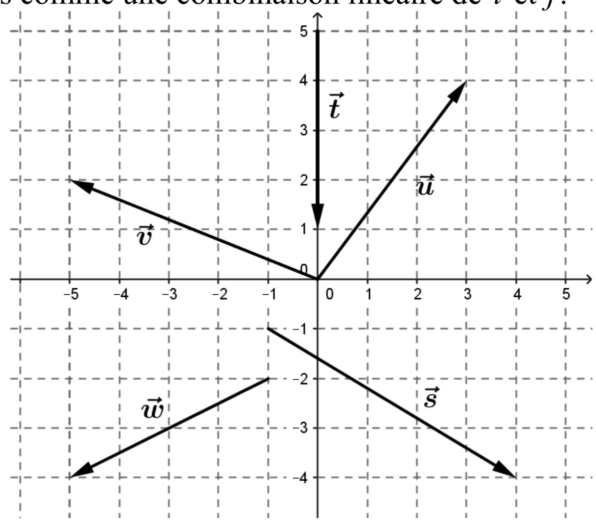
$\vec{u} =$

$\vec{v} =$

$\vec{w} =$

$\vec{s} =$

$\vec{t} =$



Exercice 5 :
Exprimer $\vec{w}$ comme une combinaison linéaire de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sachant que $\vec{u} = (4, -3)$ et $\vec{v} = (-2, 3)$.

a) $\vec{w} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$

b) $\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{u} - 4\vec{v}$

Exercice 6 :

On donne le vecteur $\vec{w}$ comme une combinaison linéaire de $\vec{i}$ et $\vec{j}$. Exprimer ce même vecteur comme une combinaison linéaire de $\vec{u} = (2, -1)$ et $\vec{v} = (-1, 3)$.

$\vec{w} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$

Exercice 7 :

Les vecteurs (1, 0) et (1, 1) forment-ils une base vectorielle? Justifier votre réponse.

Exercice 8 :

Soit trois vecteurs $\vec{u} = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$, $\vec{v} = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ et $\vec{r} = \vec{u} - \vec{v}$.

a) VRAI OU FAUX? : Les vecteurs u et v forment une base vectorielle orthonormée.

b) VRAI OU FAUX? : $\theta_{\vec{r}} = -90°$

c) Exprimer $\vec{w} = 2\vec{u} - 6\vec{v}$ comme une combinaison linéaire de $\vec{i}$ et $\vec{j}$

d) Donner les composantes de $\vec{z}$ de sens opposé à $\vec{r}$ et $\|\vec{z}\| = \frac{1}{5}\|\vec{r}\|$

Exercices récapitulatifs

Exercice 1 : Vrai ou faux?

Les vecteurs $\vec{r} = (1\ ,\ 1)$ et $\vec{s} = (-1\ ,\ 1)$ forment une base vectorielle orthonormée.

Exercice 2 :

Un vecteur $\vec{v}$ a une norme égale à 100 unités et une orientation de 30°. Exprimer $\vec{v}$ sous forme d'une combinaison linéaire de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ (coefficients exacts).

Exercice 3 : Déterminer la norme de du vecteur v : $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$.

Exercice 4 : Calculer $\vec{i} \bullet \vec{j}$

Exercice 5 :

Si $\vec{r} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{s} = 5\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{n} = \vec{i} - 3\vec{j}$, calculer la norme et l'orientation de $\vec{r} - \vec{s} + 2\vec{n}$.

Exercice 6 :

Soit $\vec{p} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ et $\vec{n} = (4\ ,\ 6)$. Écrire $\vec{f} = (5\ ,\ 7)$ sous forme d'une combinaison linéaire dont la base est formée par $\vec{p}$ et $\vec{n}$.

Exercice 7 :

Soit $\vec{r} = (2\ ,\ -5)$ et $\vec{s} = (-1\ ,\ 2)$.

Exprimer $\vec{p}$ comme une combinaison linéaire de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ si :

a) $\vec{p} = \vec{s} - 2\vec{r}$ b) $\vec{p} = \dfrac{\vec{r} + \vec{s}}{2}$ c) $\vec{p} = (\vec{r} \bullet \vec{s})\ \vec{r}$

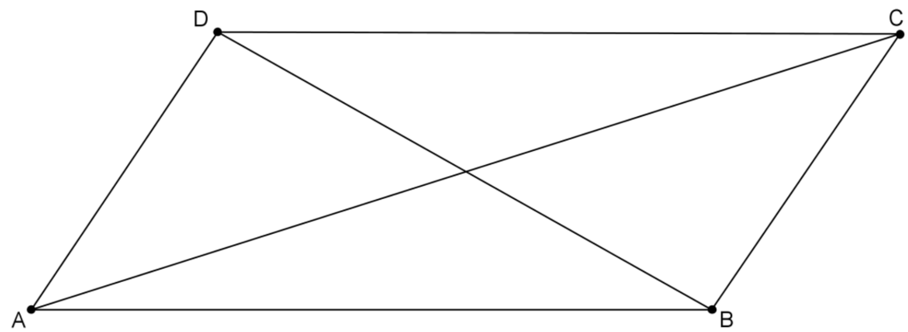
Exercice 8 :
Calculer $\vec{u} \bullet \vec{v}$ sachant que $\vec{u} = (-1\ ,\ 6)$ et $\vec{v}$: 12N , 170° :

a) Par la méthode des composantes.

b) À l'aide de leur norme et de leur orientation.

Exercice 9 :
Soit le parallélogramme ABCD suivant. Dire si les énoncés suivants sont vrais ou faux.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{O}$
c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB}$
d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB}$
e) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{AB}$



Exercice 10 :
Parmi les paires de vecteurs suivantes, dire si les vecteurs sont linéairement dépendants, orthogonaux, ou ni l'un ni l'autre.

a) $\vec{v} = (a + 1\ ,\ a)$ et $\vec{t} = (a - 1\ ,\ a - 1)$

b) $\vec{p} = (-(a+b)\ ,\ b - a)$ et $\vec{q} = (b + a\ ,\ a - b)$

Exercice 11 :
Quelle déduction pouvons-nous faire dans chaque cas?

a) $\vec{v} + \vec{w} = \vec{O}$ b) $\vec{v} \bullet \vec{w} = 0$ c) $\vec{v} = a\,\vec{z}$ d) $a\,\vec{s} = \vec{O}$

e) $\vec{s} = 2\vec{v} + \vec{O}$ f) $a\vec{s} + b\vec{p} = \vec{O}$

La panne de Monsieur Arvizet

Monsieur Arvizet quitte le port et vogue à une vitesse moyenne de 34 km/h pendant 45 minutes dans une direction parallèle au vecteur $\vec{v} = (8\ ,\ 15)$ et dans le même sens. Ensuite, il change de direction en déviant de 39,31° vers la droite. Il continue à une vitesse moyenne de 39 km/h. Après 20 minutes, il tombe en panne. On envoie un mécanicien dans un hélicoptère pour le dépanner.

Quel temps faudra-t-il à pour que l'hélicoptère, à partir du port, se rende au bateau en panne s'il s'y rend directement à une vitesse moyenne de 113,12 km/h ?

La chasse au trésor

Le point de départ d'une chasse au trésor est D(70 , 20).
Sur le parcours menant au trésor T(6 073,01 ; 3646,89), Renaud doit trouver la clé permettant d'ouvrir le coffre.

Voici les indications qui lui sont données :

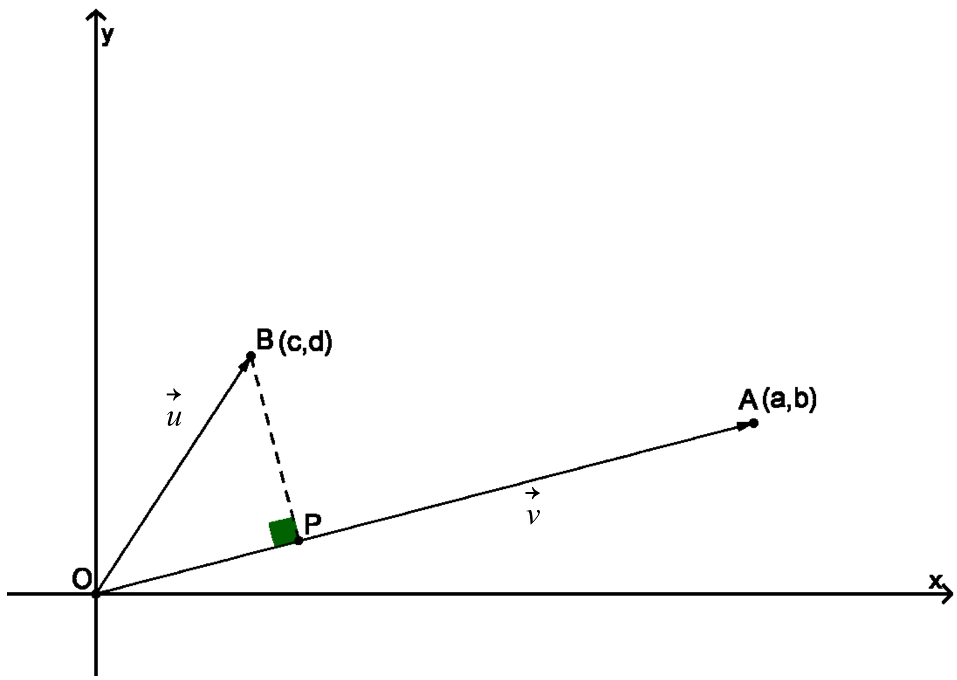
- Renaud ne peut se déplacer comme il veut. Il doit se déplacer selon les vecteurs $\vec{u}$: 100m ; 30º et $\vec{v}$: 40m ; 115º

- Il trouvera la clé à l'endroit où il changera de direction.
- Un seul changement de direction lui est permis.

Déterminer les endroits possibles où Renaud pourrait trouver la clé.

ANNEXE – DÉMONSTRATION DE LA FORMULE DU PRODUIT SCALAIRE

À partir de la figure suivante…



Idée de la preuve
Les coordonnées de A et B sont A(a , b) et B(c , d)
$\overline{OP}$ est la projection orthogonale de $\vec{u}$ sur $\vec{v}$
Par définition du produit scalaire, il suffit de déterminer $m\overline{OP}$ et déterminer le produit $m\overline{OP}\cdot m\overline{OA}$
On trouve les coordonnées de P et on utilise la distance entre 2 points.

Démonstration

1. ÉQUATION DE LA DROITE SUPPORTANT LE VECTEUR OA

$$y = \mathrm{m}x + k$$

On a $\mathrm{m}_{\overline{OA}} = \dfrac{b}{a}$ et $k = 0$ d'où = $y = \dfrac{b}{a}x$

2. ÉQUATION DE LA DROITE PASSANT PAR $\overline{BP}$

$\mathrm{m}_{\overline{BP}} = \dfrac{-1}{\mathrm{m}_{\overline{\mathrm{OA}}}}$ (projection orthogonale) d'où $\mathrm{m}_{\overline{BP}} = \dfrac{-a}{b}$

Équation de la droite $y = \mathrm{m}x + k$

On a $m = \frac{-a}{b}$ et $B(c\,,\,d)$

d'où $d = \frac{-a}{b} + k \longrightarrow k = \frac{ac}{b} + d \longrightarrow k = \frac{ac+bd}{b}$

d'où $y = \frac{-a}{b}x + \frac{ac+bd}{b}$

3. COORDONNÉES DU POINT P

$y = \frac{b}{a}x$ et $y = \frac{-a}{b}x + \frac{ac+bd}{b}$

Résolution du système d'équations par comparaison

$$\frac{b}{a}x = \frac{-a}{b}x + \frac{ac+bd}{b} \longrightarrow \frac{b}{a}x + \frac{a}{b}x = \frac{ac+bd}{b} \longrightarrow x\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right) = \frac{ac+bd}{b}$$

$$x\left(\frac{a^2+b^2}{ab}\right) = \frac{ac+bd}{b} \longrightarrow x = \frac{ac+bd}{b} \cdot \frac{ab}{a^2+b^2} \longrightarrow x = \frac{a(ac+bd)}{a^2+b^2}$$

Déterminer la valeur de y

$$y = \frac{b}{a}x \longrightarrow y = \frac{b}{a} \cdot \frac{a(ac+bd)}{a^2+b^2} \longrightarrow y = \frac{b(ac+bd)}{a^2+b^2}$$

Les coordonnées de P sont : $P\left(\frac{a(ac+bd)}{a^2+b^2}\,,\,\frac{b(ac+bd)}{a^2+b^2}\right)$

4. CALCUL DE LA MESURE $\overline{OP}$

$$m\overline{OP} = \sqrt{\left(\frac{a(ac+bd)}{a^2+b^2} - 0\right)^2 + \left(\frac{b(ac+bd)}{a^2+b^2} - 0\right)^2}$$

$$m\overline{OP} = \sqrt{\frac{a^2(ac+bd)^2}{(a^2+b^2)^2} + \frac{b^2(ac+bd)^2}{(a^2+b^2)^2}}$$

$$m\overline{OP} = \sqrt{\frac{a^2(ac+bd)^2 + b^2(ac+bd)^2}{(a^2+b^2)^2}}$$

$$m\overline{OP} = \sqrt{\frac{(ac+bd)^2 \cdot (a^2+b^2)}{(a^2+b^2)^2}}$$

$$m\overline{OP} = \frac{ac+bd}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

5. TROUVER $m\overline{OA}$

$$m\overline{OA} = \sqrt{(a-0)^2 + (b-0)^2} \longrightarrow m\overline{OA} = \sqrt{a^2+b^2}$$

6. TROUVER $m\overline{OP} \cdot m\overline{OA}$

$$m\overline{OP} \cdot m\overline{OA} = \frac{ac+bd}{\sqrt{a^2+b^2}} \cdot \sqrt{a^2+b^2} \longrightarrow m\overline{OP} \cdot m\overline{OA} = ac+bd$$

<u>CONCLUSION</u>

Puisque $\vec{u} \bullet \vec{v} = m\overline{OP} \cdot m\overline{OA}$ et si $\vec{u} = (c, d)$ et $\vec{v} = (a, b)$

Alors $\vec{u} \bullet \vec{v} = ac + bd$

Les caractéristiques d'un vecteur

1 Indiquez si les grandeurs suivantes sont scalaires ou vectorielles.

a) Le temps de course d'une coureuse de 100 m. ______________________

b) La vitesse d'un satellite en orbite autour de la Terre. ______________________

c) Le volume d'une sphère. ______________________

d) La masse d'un bécher utilisé au cours d'une expérience. ______________________

e) L'accélération d'un corps en chute libre. ______________________

2 En vous basant sur le graphique ci-contre, déterminez les composantes de :

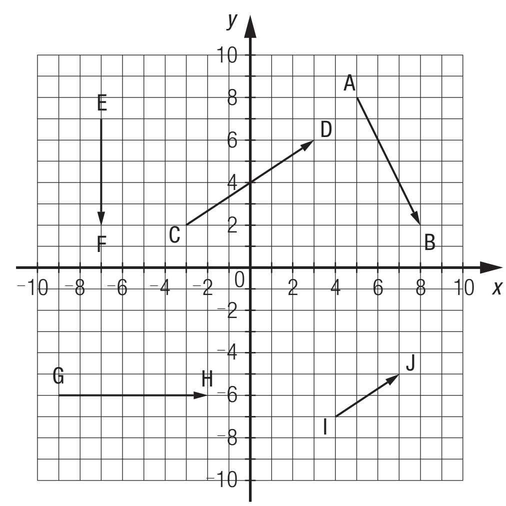
a) $\overrightarrow{AB}$ = ______________________

b) $\overrightarrow{CD}$ = ______________________

c) $\overrightarrow{EF}$ = ______________________

d) $\overrightarrow{GH}$ = ______________________

e) $\overrightarrow{IJ}$ = ______________________



3 Expliquez pourquoi la norme de $\vec{u} = (a, b)$ correspond à $\sqrt{a^2 + b^2}$.

____

____

____

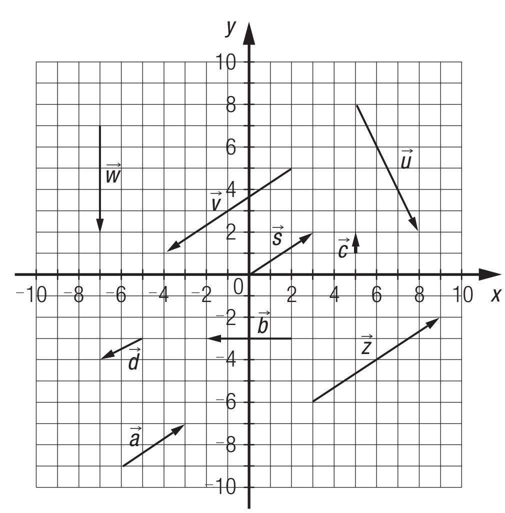
4 Observez les vecteurs représentés ci-contre, puis déterminez une paire de vecteurs :

a) équipollents ; ______________________

b) opposés ; ______________________

c) colinéaires ; ______________________

d) orthogonaux. ______________________



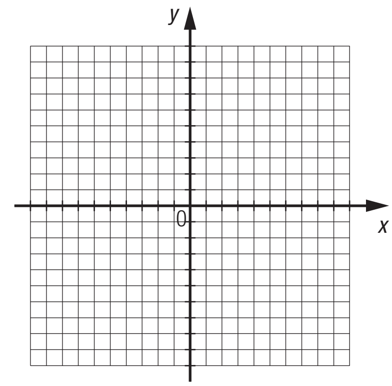
5 Représentez les vecteurs ci-dessous dans le plan cartésien ci-contre.

a) $\overrightarrow{AB} = (3, ^-5)$, où les coordonnées du point A sont $(^-4, 8)$.

b) $\overrightarrow{CD} = (^-7, ^-8)$, où les coordonnées du point C sont $(9, ^-1)$.

c) $\overrightarrow{EF} = (^-2, 0)$, où les coordonnées du point E sont $(^-3, ^-4)$.

d) $\overrightarrow{GH} = (^-7, 6)$, où les coordonnées du point H sont $(^-2, 3)$.



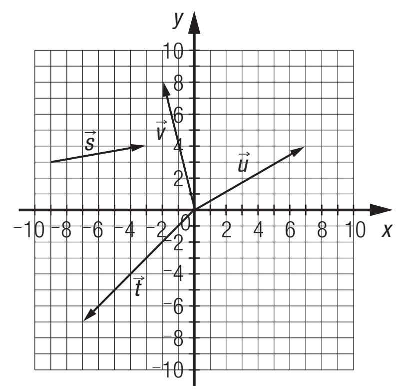
6 En vous basant sur le graphique ci-contre, déterminez la norme et l'orientation de :

a) $\vec{s}$: __________ ____________________

b) $\vec{t}$: __________ ____________________

c) $\vec{u}$: __________ ____________________

d) $\vec{v}$: __________ ____________________

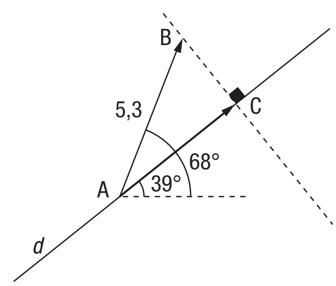


7 Sur le schéma ci-contre, $\overrightarrow{AC}$ est la projection orthogonale de $\overrightarrow{AB}$ sur la droite *d.*

a) Déterminez :

1) la mesure de l'angle BAC ; ______________

2) la nature du triangle ABC. ______________



b) Complétez la démarche ci-dessous.

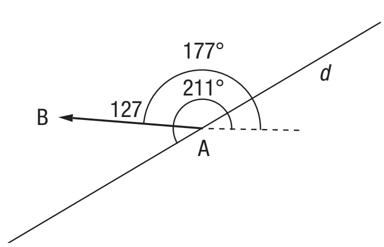
$$\frac{\|\overrightarrow{AC}\|}{\|\overrightarrow{AB}\|} = \cos \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}$$

$$\|\overrightarrow{AC}\| = \|\overrightarrow{AB}\| \times \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}$$

$$\|\overrightarrow{AC}\| \approx \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}$$

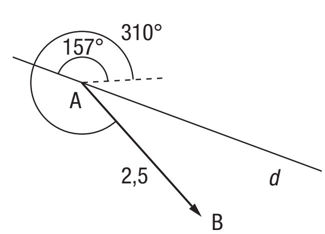
c) Déterminez la norme de la projection orthogonale de $\overrightarrow{AB}$ sur la droite *d* dans chacun des schémas ci-dessous.

1)



____

2)



____

Nom : ______________________

Groupe : ____________ Date : __________

Les caractéristiques d'un vecteur

1 Représentez les vecteurs suivants dans le plan cartésien ci-contre.

a) $\|\vec{u}\| = 5$
Orientation : 90°

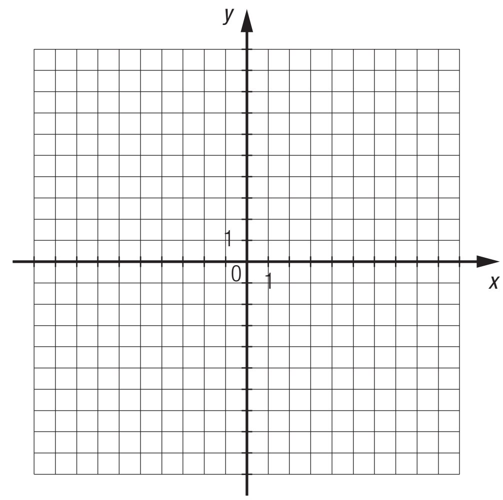
b) $\overrightarrow{AB} = (^-3, ^-5)$

c) $\|\vec{v}\| = 8$
Orientation : 15°

d) $\overrightarrow{CD} = (6, 5)$

e) $\|\vec{w}\| = 4$
Orientation : 320°

f) $\overrightarrow{EF} = (6, 0)$



2 Dans chaque cas, déterminez les composantes du vecteur décrit.

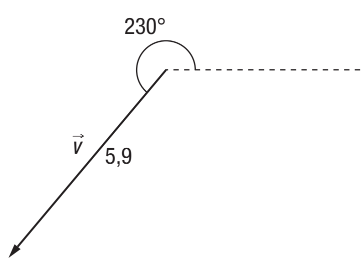
a) $\|\vec{u}\| = 12$
Orientation : 57°

____

b) $\|\vec{w}\| = 10$
Orientation : 342°

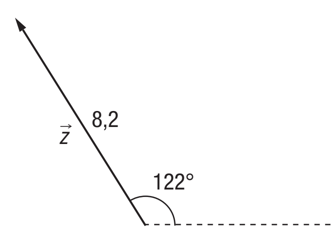
____

c)



____

d)



____

3 Voici plusieurs vecteurs :

$\|\vec{u}\| = 4{,}47$ Orientation : 26,6°	$\vec{v} = (3, 5)$	$\|\vec{w}\| = 6{,}71$ Orientation : 206,6°
$\vec{z} = (1, 2)$	$\vec{r} = (^-3, ^-5)$	$\vec{s} = (^-2, 4)$

Parmi eux, relevez une paire de vecteurs :

a) colinéaires ; ____________

b) orthogonaux ; ____________

c) équipollents ; ____________

d) opposés. ____________

Nom : ______________________

Groupe : ____________ Date : ____________

CONSOLIDATION 4.1

(*suite*)

4 Relativement à chacun des vecteurs suivants, déterminez :

1) la norme du vecteur ; **2)** l'orientation du vecteur.

a) $\vec{u} = (2{,}5, {}^-9)$

1) ______________________

2) ______________________

b) $\vec{v} = (9, 3{,}6)$

1) ______________________

2) ______________________

c) $\vec{w} = ({}^-3, 4)$

1) ______________________

2) ______________________

d) $\vec{z} = (7{,}2, 8{,}4)$

1) ______________________

2) ______________________

e) $\vec{r} = ({}^-51, {}^-92)$

1) ______________________

2) ______________________

f) $\vec{s} = ({}^-6, 8)$

1) ______________________

2) ______________________

g) $\vec{t} = (5{,}2, {}^-4)$

1) ______________________

2) ______________________

h) $\vec{f} = (9, 4)$

1) ______________________

2) ______________________

5 Dans chaque cas, déterminez la norme de la projection du vecteur donné sur la bissectrice du 1er et du 3^{e} quadrant.

a) $\|\vec{u}\| = 9{,}4$
Orientation : 110°

____

b) $\overrightarrow{AB} = ({}^-7, {}^-11)$

____

c) $\|\vec{v}\| = 256$
Orientation : 35°

____

d) $\overrightarrow{CD} = (3, 12)$

____

e) $\|\vec{w}\| = 5$
Orientation : 290°

____

f) $\overrightarrow{EF} = (8, 0)$

____

6 Déterminez les composantes du ou des vecteurs unitaires :

a) dont l'orientation est de 30° ;

____

b) orthogonaux à un vecteur dont l'orientation est de 45° ;

____

c) colinéaires au vecteur $u = (^-5, 7)$;

____

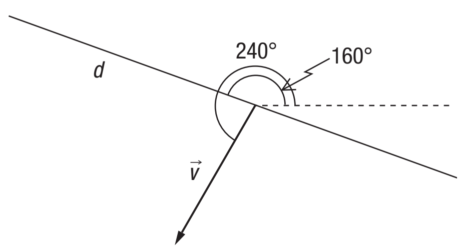
d) supportés par une droite dont la pente est $^-4$.

____

7 Dans chaque cas :

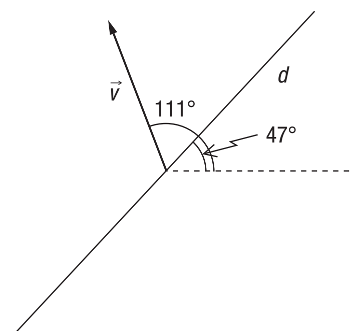
1) représentez graphiquement la projection orthogonale de $\vec{v}$ sur la droite d ;
2) calculez la norme de cette projection.

a) 1) $\|\vec{v}\| = 112$



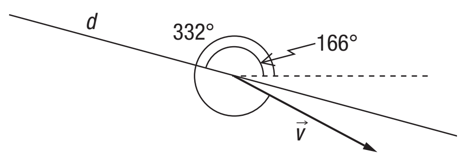
2) ______________________________

b) 1) $\|\vec{v}\| = 28$



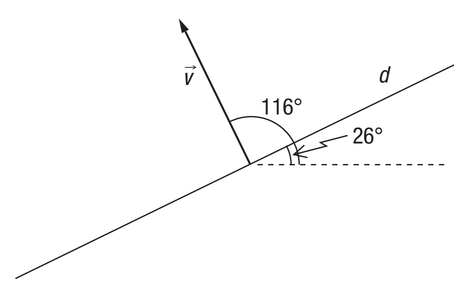
2) ______________________________

c) 1) $\|\vec{v}\| = 1$



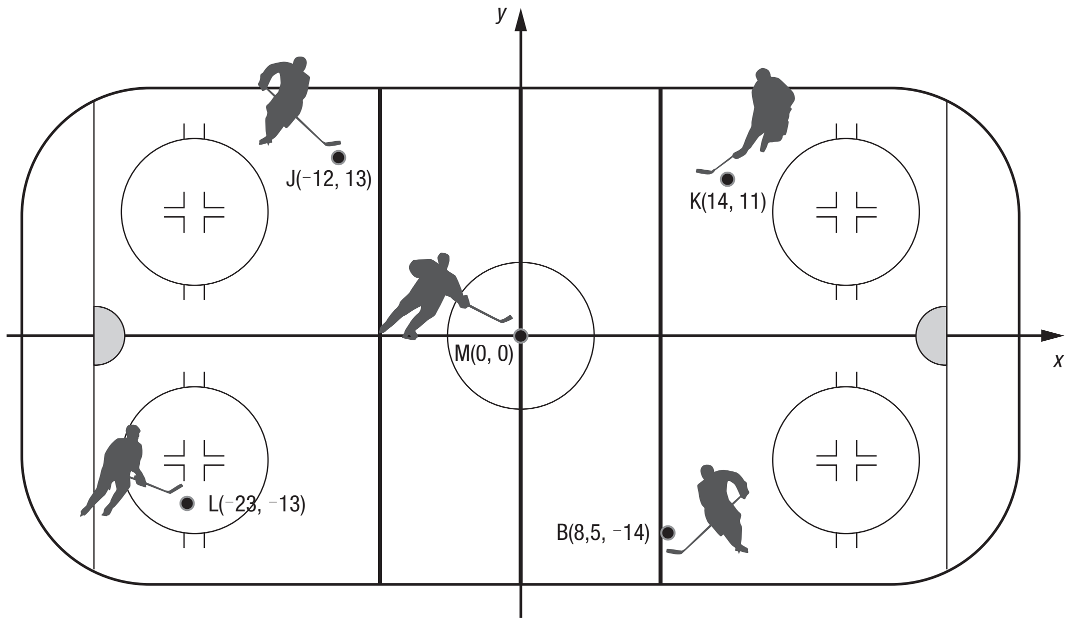
2) ______________________________

d) 1) $\|\vec{v}\| = 74$



2) ______________________________

8 On a superposé un plan cartésien gradué en mètres au plan d'une patinoire. Chaque point représente l'endroit où un joueur ou une joueuse reçoit ou lance la rondelle lorsqu'une passe est faite.



a) Jasmin (J) fait une passe aux autres joueurs présents sur la patinoire. Déterminez la norme et l'orientation du vecteur qui représente le déplacement de la rondelle lorsque la passe est faite à :

1) Katherine (K) ;

____

2) Lou-Félix (L) ;

____

3) Mathilde (M) ;

____

4) Bruno (B).

____

b) Mathilde fait une passe à Katherine qui lui renvoie la rondelle. Quelle est la relation entre les deux vecteurs qui représentent ces deux déplacements successifs de la rondelle ? Expliquez votre réponse.

____

____

Nom : ______________________________

Groupe : ______________ Date : ____________

Les caractéristiques d'un vecteur

1 Indiquez si les grandeurs suivantes sont scalaires ou vectorielles.

a) La vitesse et la direction d'une balle de fusil. ______________

b) La durée des saisons. ______________

c) Le périmètre d'un quadrilatère. ______________

d) Le déplacement d'un coureur de cross-country. ______________

e) La masse d'un astronaute en orbite autour de la Terre. ______________

2 Représentez les vecteurs suivants dans le plan cartésien ci-dessous.

a) $\|\vec{u}\| = 6$; orientation de $\vec{u}$: 270°.

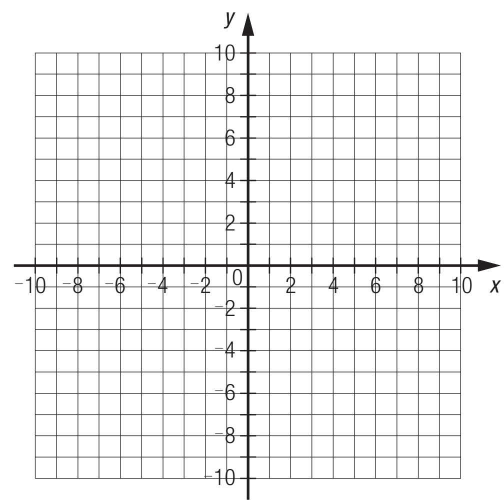
b) $\overrightarrow{AB} = (^-4, {}^-5)$

c) $\|\vec{v}\| = 7$; orientation de $\vec{v}$: 35°.

d) $\overrightarrow{CD} = (^-3, 2)$

e) $\|\vec{w}\| = 4$; orientation de $\vec{w}$: 290°.

f) $\overrightarrow{EF} = (^-8, 0)$



3 Déterminez la norme de chacun des vecteurs suivants.

a) $\vec{u} = (2, {}^-11)$ **b)** $\vec{v} = (5{,}6;\ 2{,}1)$ **c)** $\vec{w} = (^-3, 7)$

______________ ______________ ______________

d) $\vec{a} = (3, 12)$ **e)** $\vec{b} = (^-7, 5)$ **f)** $\vec{c} = (^-18{,}5;\ {}^-4)$

______________ ______________ ______________

4 Déterminez la ou les valeurs de x dans chacune des expressions suivantes.

a) $\sin 127° = x$

b) $\sin x = 0{,}5592$

c) $\cos 215° = x$

d) $\cos x = 0{,}6157$

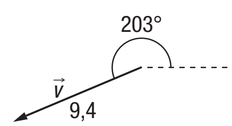
e) $\tan 135° = x$

f) $\tan x = {}^{-}1{,}881$

5 Dans chaque cas, déterminez les composantes du vecteur décrit.

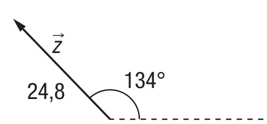
a) $\|\vec{u}\| = 119$
Orientation de $\vec{u}$: 72°

b)



c) $\|\vec{w}\| = 67$
Orientation de $\vec{w}$: 346°

d)



6 Déterminez l'orientation de chacun des vecteurs suivants.

a) $\vec{u} = (6{,}4,\ 5)$

b) $\vec{v} = ({}^{-}7,\ 3)$

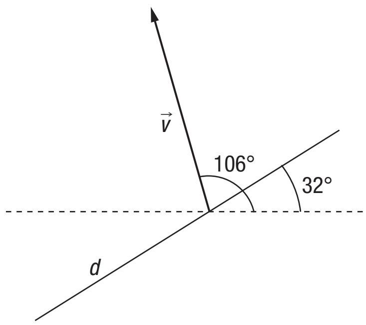
c) $\vec{w} = (12,\ {}^{-}9)$

7 Dans chaque cas :

1) représentez la projection orthogonale de $\vec{v}$ sur la droite d;
2) calculez la norme de cette projection.

a) $\|\vec{v}\| = 21$

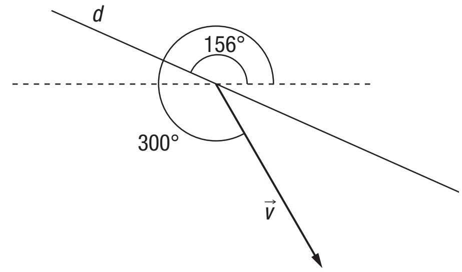
1)



2) ______________________________

b) $\|\vec{v}\| = 83$

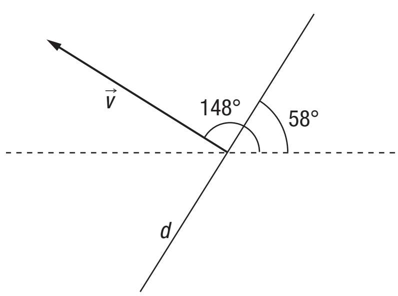
1)



2) ______________________________

c) $\|\vec{v}\| = 173$

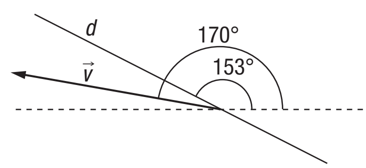
1)



2) ______________________________

d) $\|\vec{v}\| = 248$

1)



2) ______________________________

8 Dans chaque cas, déterminez la norme de la projection orthogonale sur l'axe des abscisses.

a) $\|\vec{u}\| = 8{,}1$
Orientation de $\vec{u}$: 102°

b) $\overrightarrow{AB} = (^-4, {^-8})$

c) $\|\vec{v}\| = 134$
Orientation de $\vec{v}$: 49°

d) $\overrightarrow{CD} = (5, 11)$

e) $\|\vec{w}\| = 13$
Orientation de $\vec{w}$: 309°

f) $\overrightarrow{EF} = (0, 9)$

9 Voici quelques vecteurs :

$\vec{r} = (^-2, 5)$

$\vec{s} = (^-3, 7)$

$\|\vec{t}\| = 5{,}39$
Orientation de $\vec{t}$: 111,8°

$\|\vec{u}\| = 5$
Orientation de $\vec{u}$: 36,87°

$\vec{v} = (6, 4{,}5)$

$\vec{w} = (^-4, {^-3})$

$\vec{z} = (14, 6)$

Parmi ces vecteurs, indiquez ceux qui sont :

a) équipollents ;

b) orthogonaux ;

c) colinéaires ;

d) opposés.

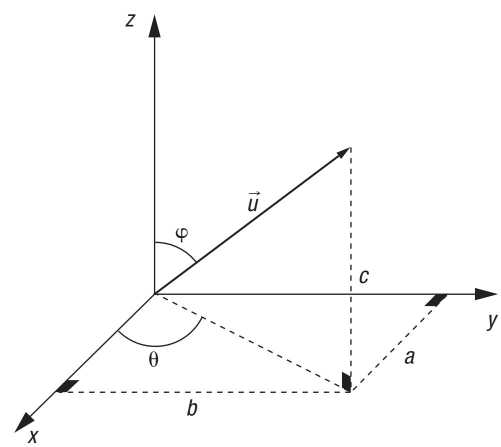
Nom : ______________________________

Groupe : ______________ Date : __________

ENRICHISSEMENT 4.1

Les caractéristiques d'un vecteur

1 Comme le montre l'illustration ci-dessous, un vecteur de l'espace a trois composantes, soit *a, b* et *c,* et son orientation est définie par deux angles, soit θ et φ.



Relativement à un vecteur *u* de l'espace, déterminez la formule qui permet de calculer :

a) la norme du vecteur à l'aide des composantes du vecteur ;

____

b) la composante *a* à l'aide de la norme du vecteur et des valeurs de θ et de φ ;

____

c) la composante *b* à l'aide de la norme du vecteur et des valeurs de θ et de φ ;

____

d) la composante *c* à l'aide de la norme du vecteur et des valeurs de θ et de φ.

____

Nom : ____________________

Groupe : __________ Date : __________

SOUTIEN 4.2

Les opérations sur les vecteurs

1 Sachant que $\vec{u} = (2{,}5,\ 7)$, $\vec{v} = (9,\ 4)$, $\vec{w} = (^-3,\ 6)$ et $\vec{z} = (^-2,\ ^-8)$, déterminez, dans chaque cas, les composantes du vecteur résultant.

a) $\vec{u} + \vec{v}$ ____________

b) $\vec{z} + \vec{w}$ ____________

c) $\vec{z} + \vec{v}$ ____________

d) $\vec{w} - \vec{u}$ ____________

e) $\vec{u} - \vec{w}$ ____________

f) $\vec{v} - \vec{z}$ ____________

g) $2\vec{u}$ ____________

h) $^-5\vec{v}$ ____________

i) $0{,}4\vec{z}$ ____________

j) $^-12\vec{v}$ ____________

k) $\frac{2}{3}\vec{w}$ ____________

l) $3(\vec{u} + \vec{v})$ ____________

2 Dans chaque cas, déterminez le vecteur résultant.

a) $\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH}$ ____________

b) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ ____________

c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ ____________

d) $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GH}$ ____________

e) $\overrightarrow{GH} - \overrightarrow{FH}$ ____________

f) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{EB}$ ____________

3 Voici les caractéristiques de quelques vecteurs.

$\|\vec{u}\| = 10$ Orientation : 47°	$\|\vec{v}\| = 18$ Orientation : 135°	$\|\vec{w}\| = 13$ Orientation : 285°

Pour chacune des opérations ci-dessous, déterminez :

1) les composantes des vecteurs qui interviennent dans l'opération ;
2) les composantes du vecteur résultant ;
3) la norme et l'orientation du vecteur résultant, basées sur ses composantes.

a) $\vec{u} + \vec{v}$

1) ______________________

2) ______________________

3) ______________________

b) $\vec{u} + \vec{w}$

1) ______________________

2) ______________________

3) ______________________

c) $\vec{v} - \vec{u}$

1) ______________________

2) ______________________

3) ______________________

d) $\vec{v} - \vec{w}$

1) ______________________

2) ______________________

3) ______________________

e) $3\vec{v}$

1) ______________________

2) ______________________

3) ______________________

f) $2(\vec{u} - \vec{w})$

1) ______________________

2) ______________________

3) ______________________

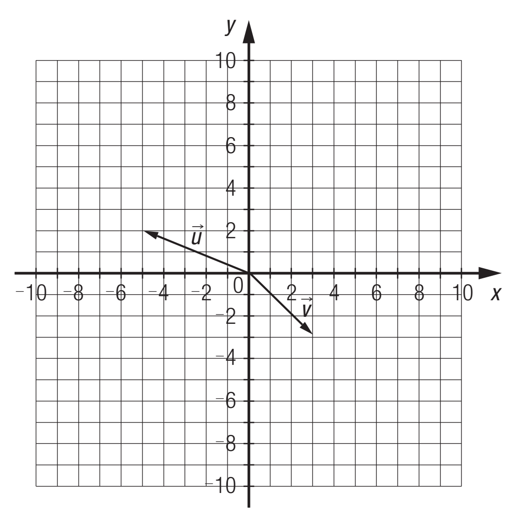
4 Dans le plan cartésien ci-contre, représentez un vecteur qui correspond à :

a) $2\vec{u}$

b) $^{-}1{,}5\vec{v}$

c) $\vec{u} - \vec{v}$

d) $3(\vec{u} + \vec{v})$

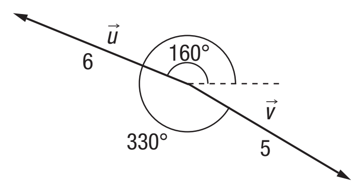


Les opérations sur les vecteurs

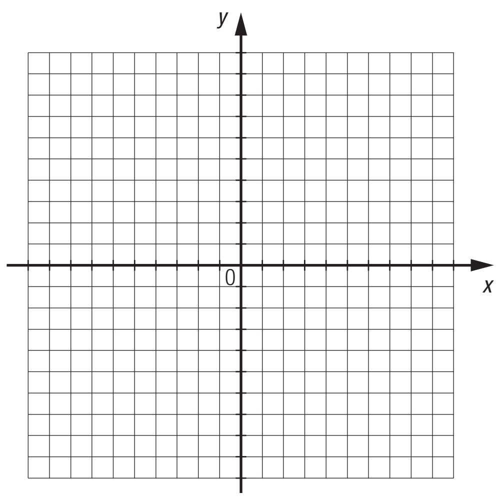
1 Dans chaque cas, représentez le vecteur *r* dans le plan cartésien.

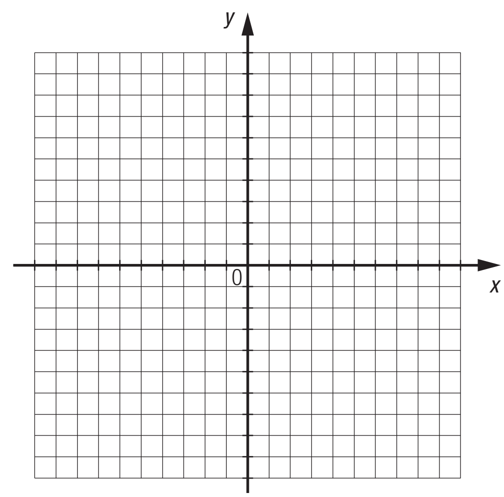
a) $\vec{u} = (^-5, 2)$, $\vec{v} = (3, 1)$ et $\vec{r} = \vec{u} + \vec{v}$.

b)



et $\vec{r} = \vec{u} - \vec{v}$.





2 En vous basant sur les vecteurs $\vec{u} = (5, 7)$, $\vec{v} = (^-1, 6)$, $\vec{w} = (2, 4)$ et $\vec{z} = (^-3, ^-8)$, déterminez les composantes du vecteur *r.*

a) $\vec{u} + \vec{v} = \vec{r}$

____

b) $\vec{r} + \vec{v} = \vec{u}$

____

c) $\vec{u} + \vec{v} = \vec{r} - \vec{z}$

____

d) $\vec{r} = 3\vec{u}$

____

e) $^-0{,}5\vec{r} = \vec{z}$

____

f) $\vec{u} - (\vec{r} + \vec{w}) = \vec{v}$

____

Nom : ______________________

Groupe : ____________ Date : __________

3 Dans chaque cas, déterminez le vecteur résultant.

a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FB}$

b) $\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{GB}$

c) $^{-}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$

d) $\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GD}$

e) $\overrightarrow{HF} - (\overrightarrow{HA} - \overrightarrow{BA}) - \overrightarrow{CF}$

f) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AA}$

4 Voici les caractéristiques de quelques vecteurs.

$\|\vec{u}\| = 104$ Orientation : 73°	$\|\vec{v}\| = 98$ Orientation : 115°	$\|\vec{w}\| = 131$ Orientation : 258°

Dans chaque cas, déterminez la norme et l'orientation du vecteur résultant.

a) $\vec{u} + \vec{v}$

b) $\vec{v} + \vec{w}$

c) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$

d) $3\vec{w}$

e) $2(\vec{u} - \vec{v})$

f) $^{-}0{,}5\vec{u}$

5 Dans chaque cas, déterminez les expressions qui correspondent aux composantes du vecteur *u*.

a) $(a, b) - (c, d) + \vec{u} = (0, 0)$

____

b) $(a, b) + (c, d) - \vec{u} = (0, 0)$

____

c) $\vec{u} - (a, b) = (1, 1)$

____

d) $(2a, b) - \vec{u} = (c, 2d)$

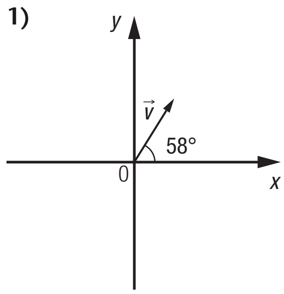
____

6 Dans chaque cas :

1) représentez graphiquement la décomposition du vecteur *v* ;
2) déterminez les composantes de ce vecteur.

a) $\|\vec{v}\| = 14$

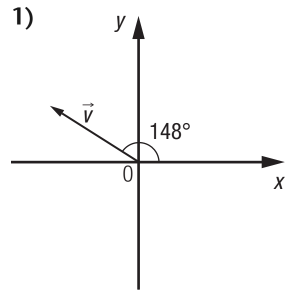
1)



2) ______________________

b) $\|\vec{v}\| = 58$

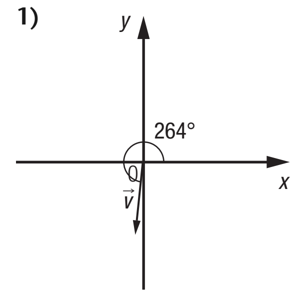
1)



2) ______________________

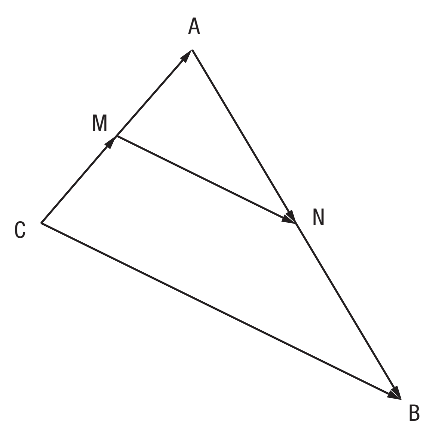
c) $\|\vec{v}\| = 7,2$

1)



2) ______________________

7 Dans le triangle ci-contre, les points M et N sont respectivement les points milieux des segments AC et AB. À l'aide de la relation de Chasles et des propriétés des opérations sur les vecteurs, démontrez que $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.



8 Au hockey, le tir sur réception consiste à lancer la rondelle au but, sans l'arrêter, immédiatement après avoir reçu une passe. On a représenté une patinoire dans un plan cartésien. Un premier joueur, qui se trouve aux coordonnées (1, 10), passe la rondelle à un second joueur, qui se trouve aux coordonnées (17, $^{-}8$), lequel effectue un tir sur réception. Le déplacement de la rondelle après ce tir est représenté par un vecteur dont la norme est 10,3 m et qui est orienté à 61°. Une fois ce déplacement effectué, la rondelle est immobilisée.

Si le premier joueur avait directement lancé la rondelle à l'endroit où elle a été immobilisée, quelles auraient été la norme et l'orientation du vecteur associé au déplacement de la rondelle ?

____

9 Un chasseur tire sur un chevreuil. Touché, celui-ci s'enfuit et s'effondre plus loin. Les cinq déplacements successifs (en dam) de l'animal au cours de sa fuite correspondent aux vecteurs décrits ci-dessous.

$\vec{s} = (20, 0)$

$\vec{v} = (0, {}^{-}18)$

$\vec{u} = (30, 26)$

$\|\vec{t}\| = 125$ dam
Orientation : 143°

$\|\vec{w}\| = 98$ dam
Orientation : 30°

Les coordonnées de la position initiale du chasseur sont (0, 0) et celles de la position initiale du chevreuil sont (20, 13). Si, de sa position initiale, le chasseur :

a) suit le chevreuil à la trace en effectuant les mêmes déplacements que lui, quelle distance lui faudra-t-il parcourir pour rejoindre le chevreuil ?

____

b) se rend directement à l'endroit où le chevreuil s'est affaissé, quelles sont la norme et l'orientation du vecteur associé à son déplacement ?

____

Nom : ______________________________

Groupe : ______________ Date : ____________

Les opérations sur les vecteurs

1 Dans chaque cas, représentez le vecteur *r* dans le plan cartésien.

a) $\vec{u} = (4, -1)$

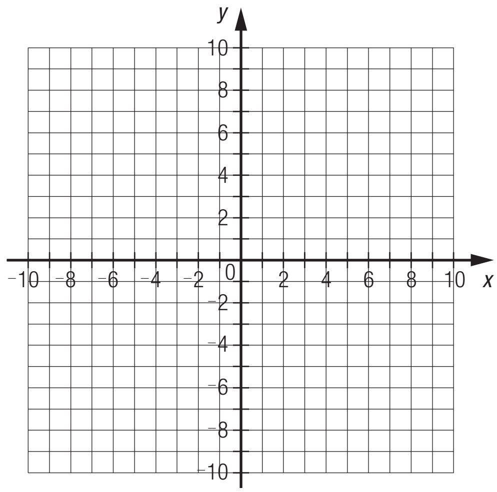
$\vec{v} = (8, 6)$

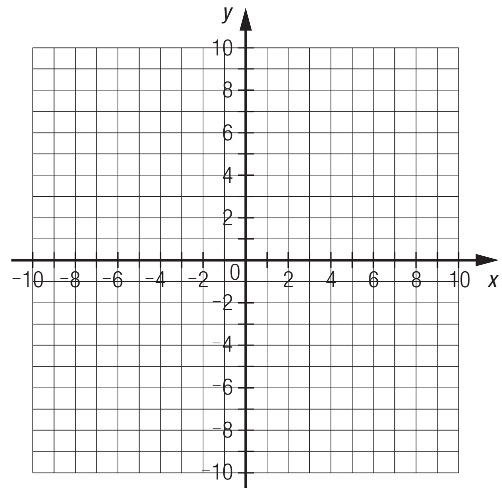
$\vec{r} = 2\vec{u} - 0{,}5\vec{v}$

b) $\|\vec{u}\| = 5$; orientation de $\vec{u}$: 143°.

$\|\vec{v}\| = 9$; orientation de $\vec{v}$: 30°.

$\vec{r} = \vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$





2 Sachant que $\vec{u} = (-3, 1)$, $\vec{v} = (-5, -2)$, $\vec{w} = (3, 6)$ et $\vec{z} = (4, -5)$, déterminez les composantes du vecteur *r*.

a) $\vec{r} = \vec{w} + \vec{z}$ ______________

b) $\vec{r} = 3\vec{u} + 4\vec{v}$ ______________

c) $\vec{r} = 2\vec{z} + 1{,}2\vec{v}$ ______________

d) $\vec{r} = 0{,}4\vec{u} + 2\vec{v} - \vec{w} + 3\vec{z}$ ______________

e) $\vec{r} = 2{,}5\vec{w} - 1{,}5\vec{u}$ ______________

f) $\vec{r} = 4\vec{u} - 5\vec{w}$ ______________

3 Voici les caractéristiques de trois vecteurs :

$\|\vec{u}\| = 46$ Orientation de $\vec{u}$: 82°	$\|\vec{v}\| = 77$ Orientation de $\vec{v}$: 121°	$\|\vec{w}\| = 51$ Orientation de $\vec{w}$: 263°

Dans chaque cas, déterminez les composantes du vecteur résultant.

a) $\vec{u} + \vec{v} =$ ______________

b) $\vec{v} + 2\vec{w} =$ ______________

c) $3\vec{w} + 1{,}5\vec{v} =$ ______________

d) $4\vec{u} - \vec{v} + 3\vec{w} =$ ______________

e) $3{,}5\vec{v} - 2\vec{u} =$ ______________

f) $\vec{u} - 1{,}5\vec{w} =$ ______________

4 Dans chaque cas, déterminez les composantes du vecteur *s*.

a) $(2, {}^-19) + \vec{s} = ({}^-7, 21)$

b) $(17, {}^-6) - \vec{s} = (25, {}^-8)$

c) $(3, 11) + ({}^-6, 14) + 2\vec{s} = (5, 21)$

d) $(1, 9) - 3\vec{s} + ({}^-12, 4) = ({}^-2, 16)$

e) $(a, b) + (c, d) + \vec{s} = (e, f)$

f) $(g, h) + (i, j) - \vec{s} = (0, 0)$

5 Dans chaque cas, déterminez le vecteur résultant.

a) $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{HI}$

b) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN}$

c) ${}^-\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FE}$

d) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BA}$

e) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{NP}$

f) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FA}$

Nom : ______________________

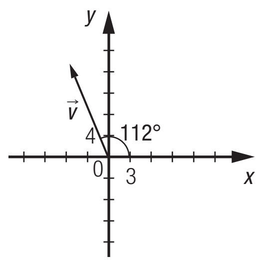
Groupe : ____________ Date : ____________

6 Dans chaque cas :

1) représentez la décomposition du vecteur v;
2) déterminez les composantes de ce vecteur.

a) $\|\vec{v}\| = 18$

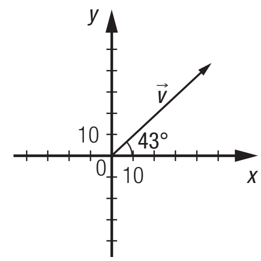
1)



2) ______________

b) $\|\vec{v}\| = 63$

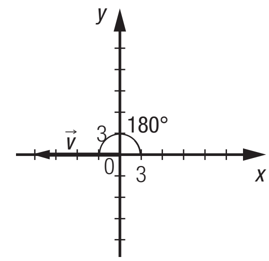
1)



2) ______________

c) $\|\vec{v}\| = 10,4$

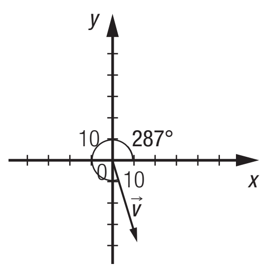
1)



2) ______________

d) $\|\vec{v}\| = 41$

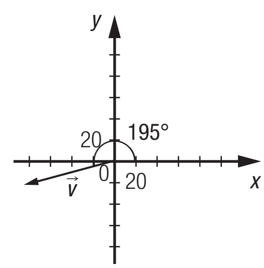
1)



2) ______________

e) $\|\vec{v}\| = 87$

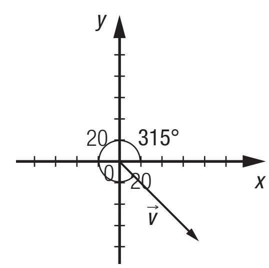
1)



2) ______________

f) $\|\vec{v}\| = 112$

1)



2) ______________

7 Voici trois vecteurs :

$\|\vec{u}\| = 109$
Orientation de $\vec{u}$: 37°

$\|\vec{v}\| = 84$
Orientation de $\vec{v}$: 106°

$\|\vec{w}\| = 126$
Orientation de $\vec{w}$: 270°

Dans chaque cas, déterminez la norme et l'orientation du vecteur résultant.

a) $\vec{u} + \vec{v}$

____

b) $3\vec{u} + 2\vec{w}$

____

c) $1,5\vec{w} - \vec{v}$

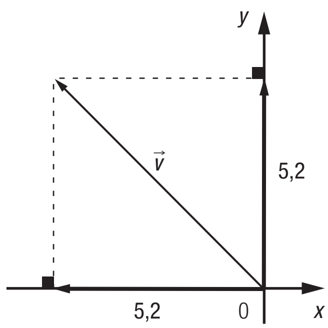
____

d) $4\vec{u} + 2\vec{v} - 3\vec{w}$

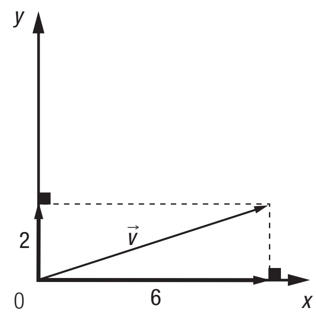
____

8 Pour chaque décomposition du vecteur *v* ci-dessous, déterminez sa norme et son orientation.

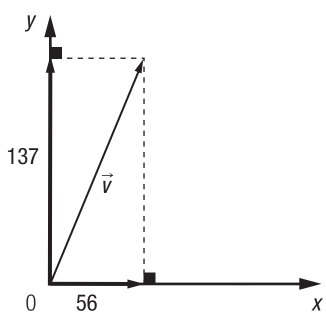
a)



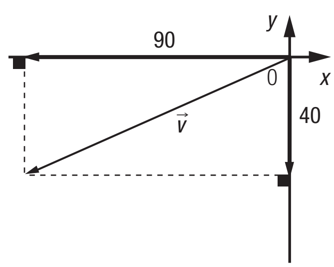
b)



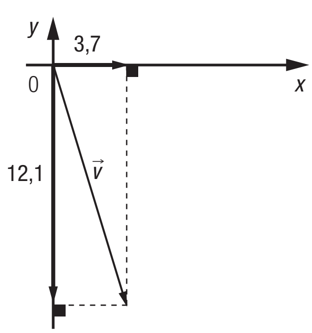
c)



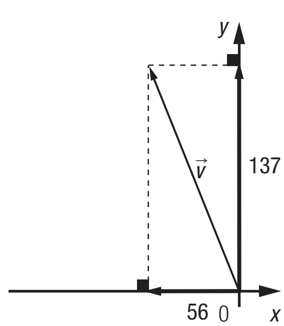
d)



e)



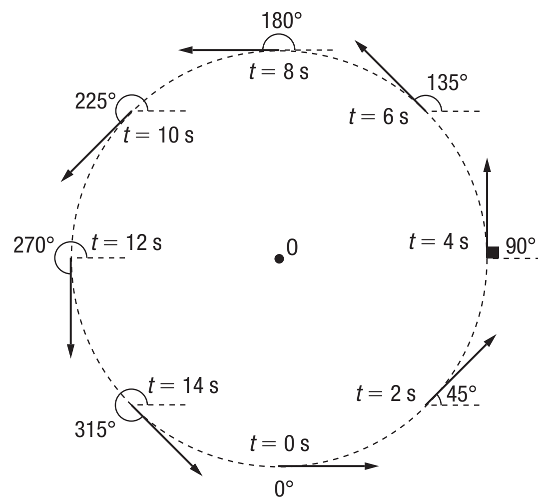
f)



Les opérations sur les vecteurs

1 Dans le schéma ci-dessous, qui illustre un objet effectuant des rotations circulaires autour du point O, chaque vecteur représente la vitesse de l'objet à l'instant t indiqué. La force moyenne $\vec{f}$ (en N) qu'il faut appliquer à cet objet pour modifier sa vitesse est donnée par la formule $\vec{f} = m\frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t}$. Dans cette formule :

- m est la masse (en kg) de l'objet ;
- $\vec{v}_i$ est la vitesse initiale (en m/s) de l'objet ;
- $\vec{v}_f$ est la vitesse finale (en m/s) de l'objet ;
- Δt est le temps (en s) qu'il faut pour effectuer le changement de vitesse.



De plus, dans cette situation :

- la masse de l'objet est constante ;
- la norme de la vitesse de l'objet est constante et correspond à v.

Démontrez que, dans cette situation, la norme de la force moyenne qui engendre un changement de vitesse dans un intervalle de 2 s :

a) est constante ;

____

b) vaut $mv\frac{\sqrt{2(1 - \cos 45°)}}{2}$.

____

Nom : ____________________

Groupe : __________ Date : __________

Combinaison linéaire et produit scalaire

1 Dans chaque cas, déterminez les composantes du vecteur résultant, sachant que $\vec{u} = (^-6, 8)$, $\vec{v} = (4, ^-2)$ et $\vec{w} = (^-3, 11)$.

a) $1,5\vec{u}$ **b)** $4\vec{v}$ **c)** $2\vec{w}$

__________ __________ __________

d) $2,5\vec{v}$ **e)** $1,5\vec{u} + 4\vec{v}$ **f)** $2\vec{w} - 2,5\vec{v}$

__________ __________ __________

2 Dans le tableau ci-dessous, chaque vecteur de la colonne de gauche peut être exprimé sous la forme $k_1\vec{u} + k_2\vec{v}$, où $\vec{u} = (2, 30)$ et $\vec{v} = (^-4, 5)$.

a) Associez chaque vecteur de la colonne de gauche au système d'équations de la colonne de droite qui permet de déterminer les valeurs de k_1 et de k_2.

Ⓐ $(^-6, 5)$	① $2k_1 - 4k_2 = 17$ $30k_1 + 5k_2 = 11$
Ⓑ $(^-12, 25)$	② $k_1 - 2k_2 = ^-6$ $6k_1 + k_2 = 5$
Ⓒ $(17, 11)$	③ $2k_1 - 4k_2 = 25$ $30k_1 + 5k_2 = ^-12$
Ⓓ $(25, ^-12)$	④ $2k_1 - 4k_2 = ^-6$ $30k_1 + 5k_2 = 5$

__________ __________ __________ __________

b) Complétez les combinaisons linéaires ci-dessous.

1) $(^-6, 5) =$ ______ $\vec{u} +$ ______ $\vec{v}$

2) $(^-12, 25) =$ ______ $\vec{u} +$ ______ $\vec{v}$

__________ __________

3) $(17, 11) =$ ______ $\vec{u} +$ ______ $\vec{v}$

4) $(25, ^-12) =$ ______ $\vec{u} +$ ______ $\vec{v}$

__________ __________

Nom : ______________________________

Groupe : ______________ Date : ____________

SOUTIEN 4.3 (*suite*)

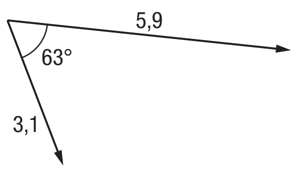
3 Sachant que $\vec{u} = (5, -2)$, $\vec{v} = (3, 1)$, $\vec{w} = (-4, -7)$ et $\vec{z} = (6, -5)$, calculez :

a) $\vec{u} \bullet \vec{v}$ ______________ **b)** $\vec{w} \bullet \vec{u}$ ______________ **c)** $\vec{u} \bullet \vec{z}$ ______________

d) $\vec{w} \bullet \vec{v}$ ______________ **e)** $\vec{v} \bullet \vec{z}$ ______________ **f)** $\vec{z} \bullet \vec{w}$ ______________

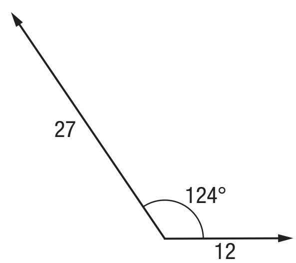
4 Déterminez le produit scalaire des paires de vecteurs suivantes.

a)



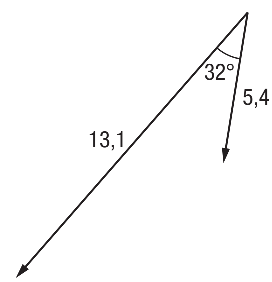
____

b)



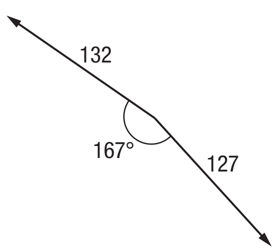
____

c)



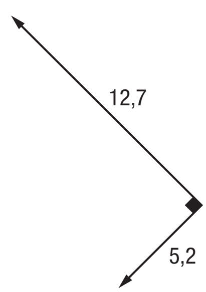
____

d)



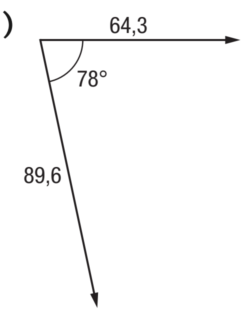
____

e)



____

f)



____

5 Si $\vec{u} = (a, b)$ et $\vec{v} = (c, d)$, on a $\vec{u} \bullet \vec{v} = ac + bd = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos\theta$.

a) Si $\vec{u} = (2, 3)$ et $\vec{v} = (-4, -5)$, calculez :

1) $\|\vec{u}\|$ ______________ **2)** $\|\vec{v}\|$ ______________ **3)** $\vec{u} \bullet \vec{v}$ ______________

b) Établissez une équation dans laquelle la seule inconnue est θ et résolvez-la.

____

c) Dans chaque cas, déterminez la mesure de l'angle formé par la paire de vecteurs donnée.

1) $(1, 1)$ et $(-2, 6)$. **2)** $(2, -3)$ et $(6, -4)$. **3)** $(4, -9)$ et $(-9, -4)$.

______________ ______________ ______________

Nom : ______________________

Groupe : ____________ Date : __________

CONSOLIDATION 4.3

Combinaison linéaire et produit scalaire

1 En vous basant sur les vecteurs décrits ci-dessous, déterminez la norme et l'orientation du vecteur résultant de chacune des combinaisons linéaires ci-dessous.

$\|\vec{u}\| = 17$
Orientation : 203°

$\vec{v} = (^-12, 15)$

$\vec{w} = (10, 18)$

a) $2\vec{v} - 3\vec{w}$

b) $4\vec{u} + 5\vec{v}$

c) $2\vec{w} - \vec{u}$

d) $^-\vec{u} + 4\vec{v}$

2 Exprimez chacun des vecteurs ci-dessous sous la forme d'une combinaison linéaire de $\vec{u} = (6, 1)$ et de $\vec{v} = (^-2, 5)$.

a) $(^-30, 11)$

b) $(14, ^-3)$

c) $(8, 28)$

d) $(6{,}4, ^-16)$

e) $(^-14, 19)$

f) $(5, 11{,}5)$

Nom : ____________________

Groupe : ____________ Date : ____________

3 **a)** Sachant que $\vec{u} = (4, 3)$, $\vec{v} = (^-1, {^-7})$, $\vec{w} = (2, {^-4})$ et $\vec{z} = (6, 3)$, calculez :

1) $\vec{u} \bullet \vec{v}$ ____________ **2)** $\vec{v} \bullet \vec{w}$ ____________ **3)** $\vec{w} \bullet \vec{z}$ ____________

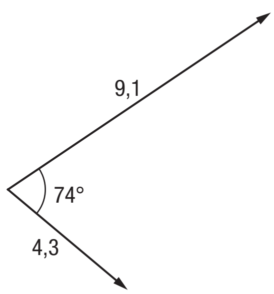
4) $2\vec{v} \bullet \vec{u}$ ____________ **5)** $\vec{z} \bullet 3\vec{u}$ ____________ **6)** $\vec{w} \bullet \vec{u}$ ____________

b) Déterminez la mesure de l'angle formé par les vecteurs :

1) *u* et *v* ; ________ **2)** *u* et *w* ; ________ **3)** *w* et *z* ; ________ **4)** *u* et *z*. ________

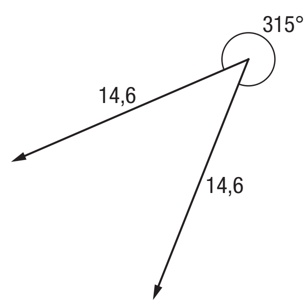
4 Calculez le produit scalaire de chacune des paires de vecteurs suivantes.

a)



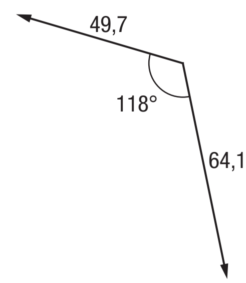
____

b)



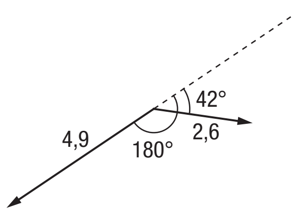
____

c)



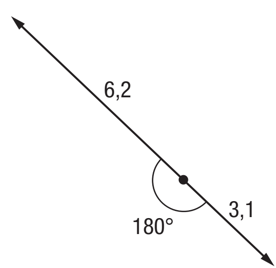
____

d)



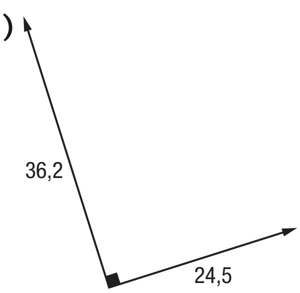
____

e)



____

f)



____

g) $\|\vec{u}\| = 114$
Orientation : 83°

$\|\vec{v}\| = 89$
Orientation : 125°

____

h) $\|\vec{w}\| = 137$
Orientation : 254°

$\|\vec{z}\| = 108$
Orientation : 113°

____

i) $\|\vec{r}\| = 12$
Orientation : 30°

$\|\vec{s}\| = 16$
Orientation : 108°

____

5 Sachant que $\vec{u} = (^-1, 3)$, $\vec{v} = (2, 6)$, $\vec{w} = (^-7, 4)$ et $\vec{z} = (^-5, ^-3)$, calculez :

a) $5\vec{v} - \vec{u}$

b) $2\vec{u} + 3\vec{v} - \vec{z}$

c) $\vec{v} \bullet \vec{w} + \vec{u} \bullet \vec{z}$

d) $3\vec{w} \bullet 4\vec{z}$

e) $(\vec{u} \bullet \vec{v})\vec{w}$

f) $2\vec{v} - (\vec{w} \bullet \vec{z})\vec{u}$

6 Si $\vec{u} = (a, b)$ et $\vec{v} = (c, d)$, démontrez que $k_1\vec{u} \bullet k_2\vec{v} = k_1\vec{v} \bullet k_2\vec{u} = k_1k_2(\vec{u} \bullet \vec{v})$.

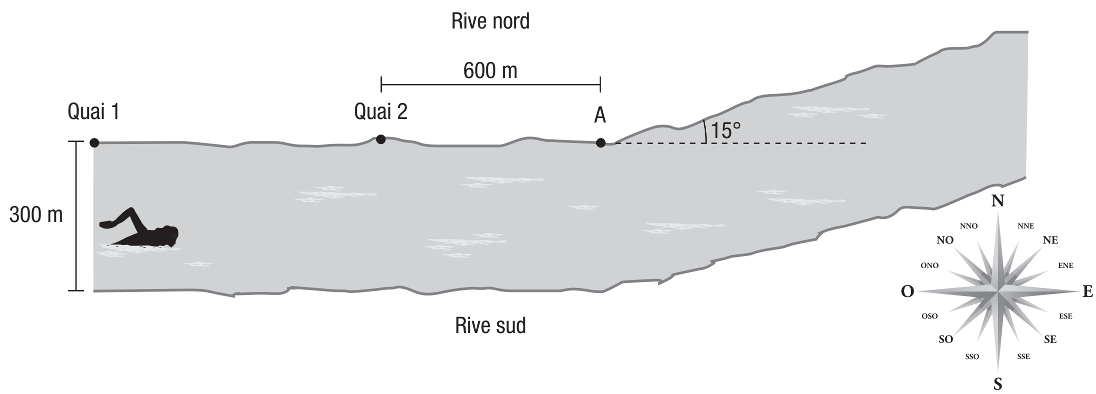
7 Voici les conjectures de deux élèves au sujet du produit scalaire de deux vecteurs.

Jacob	**Amanda**
Il est impossible d'effectuer le produit scalaire de deux vecteurs qui n'ont pas la même origine.	Le produit scalaire de deux vecteurs est nul si les deux vecteurs sont orthogonaux.

a) Expliquez pourquoi la conjecture de Jacob est fausse.

b) Démontrez que la conjecture d'Amanda est vraie.

8 Une nageuse planifie la traversée de la rivière illustrée ci-dessous de sa rive sud vers sa rive nord.



Elle prévoit nager à une vitesse $\vec{v}$ de 3,13 m/s en direction N.-N.-E., et elle estime que le courant de la rivière lui donnera une vitesse $\vec{c}$ supplémentaire de 4 m/s orientée vers l'est. Le jour de la traversée, elle constate que :

- sa condition physique ne lui permet de nager qu'à une vitesse de $0{,}8\vec{v}$;
- la vitesse supplémentaire que lui procure le courant correspond à $1{,}5\vec{c}$.

a) Combien de temps la traversée durera-t-elle ?

____

b) La nageuse amorce sa traversée en face du quai 1 et elle la terminera au niveau du quai 2. Quelle distance sépare les deux quais ?

____

c) Si la nageuse partait en face du quai 2, à quelle distance du point A arriverait-elle ?

____

Nom : ____________________

Groupe : __________ Date : __________

Combinaison linéaire et produit scalaire

1 Voici quelques vecteurs :

$\vec{w} = (13, ^-21)$ $\vec{z} = (^-10, ^-7)$

$\|\vec{u}\| = 12$
Orientation de $\vec{u}$: 164°

$\|\vec{v}\| = 19$
Orientation de $\vec{v}$: 23°

Dans chaque cas, effectuez la combinaison linéaire qui permet de déterminer les composantes du vecteur *r*.

a) $\vec{r} = 3\vec{w} - 2\vec{z}$ **b)** $\vec{r} = \vec{u} + \vec{v}$ **c)** $\vec{r} = 2\vec{w} - \vec{u}$

d) $\vec{r} = 4\vec{v} - 1{,}5\vec{z}$ **e)** $\vec{r} = 4\vec{u} + 5\vec{v}$ **f)** $\vec{r} = \vec{w} - 2\vec{u} + 3\vec{z}$

2 Exprimez chacun des vecteurs ci-dessous sous la forme d'une combinaison linéaire de $\vec{u} = (4, ^-1)$ et de $\vec{v} = (6, 3)$.

a) $\vec{q} = (^-12, ^-15)$ **b)** $\vec{r} = (32{,}4, 16{,}2)$ **c)** $\vec{s} = (^-2, 5)$

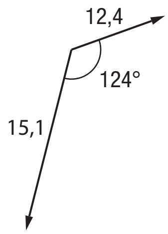
d) $\vec{t} = (8, ^-11)$ **e)** $\vec{w} = (19{,}8, 5{,}4)$ **f)** $\vec{z} = (^-46, ^-2)$

Nom : ______________________________

Groupe : ________________ Date : ____________

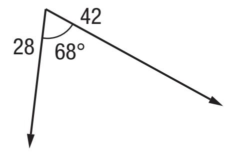
3 Calculez le produit scalaire de chacune des paires de vecteurs suivantes.

a)



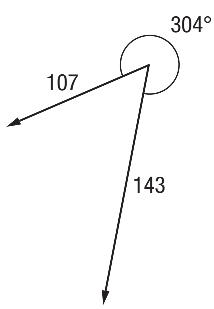
____

b)



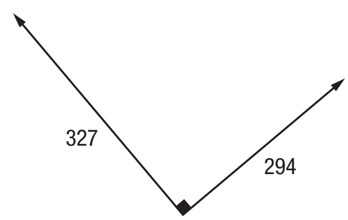
____

c)



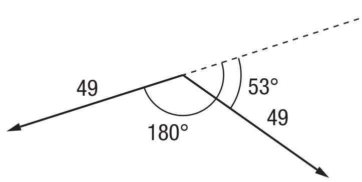
____

d)



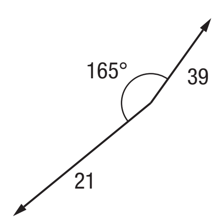
____

e)



____

f)



____

4 Sachant que $\vec{u} = (^-3, 1)$, $\vec{v} = (2, 6)$, $\vec{w} = (7, ^-4)$ et $\vec{z} = (^-6, ^-5)$, calculez :

a) $2\vec{z} - \vec{u}$

____

b) $4(\vec{u} \cdot \vec{u}) - 3(\vec{v} \cdot \vec{z})$

____

c) $\vec{v} \cdot \vec{w} + \vec{u} \cdot \vec{z}$

____

d) $^-2\vec{w} \cdot 5\vec{u}$

____

e) $(\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{w}$

____

f) $3\vec{u} - (\vec{w} \cdot \vec{z})\vec{v}$

____

5 Sachant que $\vec{u} = (5, 7)$, $\vec{v} = (1, ^-6)$, $\vec{w} = (^-2, ^-3)$ et $\vec{z} = (^-6, 4)$, calculez les produits scalaires suivants.

a) $\vec{v} \bullet \vec{z}$ **b)** $\vec{w} \bullet \vec{u}$ **c)** $\vec{z} \bullet \vec{w}$

d) $\vec{u} \bullet \vec{v}$ **e)** $3\vec{z} \bullet 2\vec{u}$ **f)** $1{,}2\vec{w} \bullet {^-4}\vec{z}$

6 Calculez le produit scalaire de chacune des paires de vecteurs suivantes.

a) $\|\vec{u}\| = 148$
Orientation de $\vec{u}$: 103°

$\|\vec{v}\| = 93$
Orientation de $\vec{v}$: 27°

b) $\|\vec{w}\| = 7$
Orientation de $\vec{w}$: 253°

$\|\vec{z}\| = 4$
Orientation de $\vec{z}$: 73°

c) $\|\vec{r}\| = 76$
Orientation de $\vec{r}$: 132°

$\|\vec{s}\| = 69$
Orientation de $\vec{s}$: 222°

d) $\|\vec{c}\| = 39$
Orientation de $\vec{c}$: 311°

$\|\vec{d}\| = 24$
Orientation de $\vec{d}$: 18°

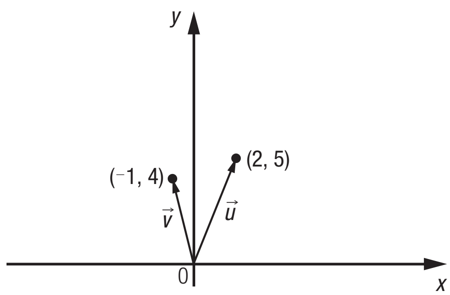
7 Démontrez que $\vec{u} \bullet \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$.

Nom : ______________________________

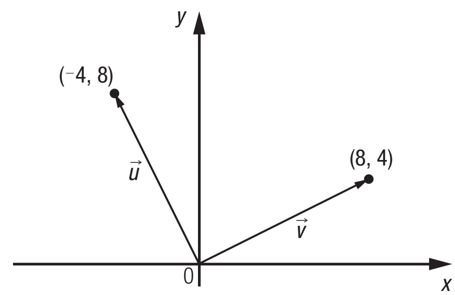
Groupe : ______________ Date : ____________

8 Les composantes du vecteur AB sont (⁻8, 6). Dans chaque cas, exprimez le vecteur AB sous la forme d'une combinaison linéaire des vecteurs *u* et *v* représentés ci-dessous.

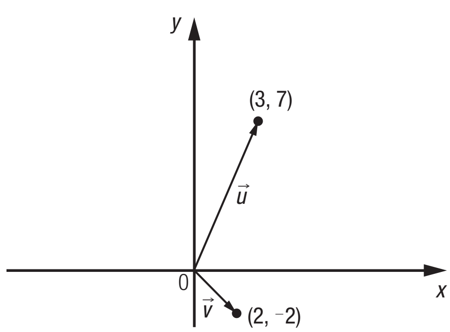
a)



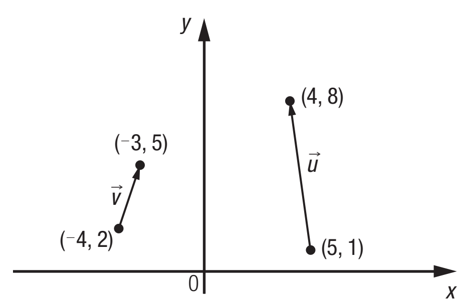
b)



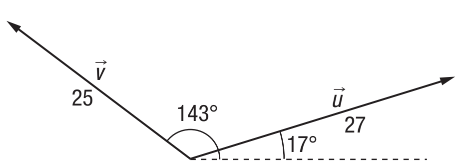
c)



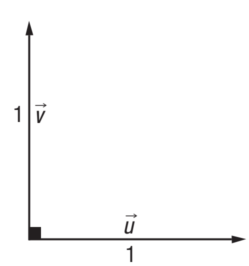
d)



e)

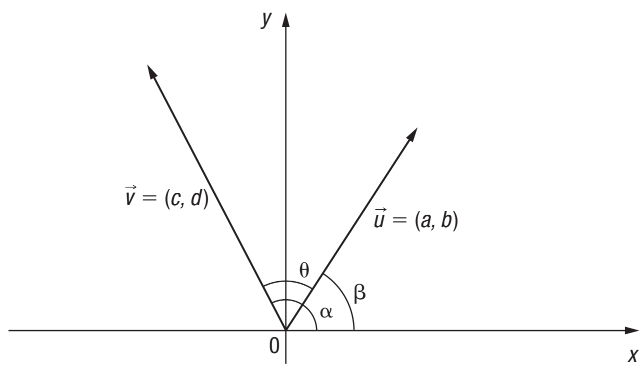


f)



Combinaison linéaire et produit scalaire

1 Voici la représentation de deux vecteurs :



Les mathématiciens ont découvert une formule qui permet de développer le cosinus de la différence entre deux angles. Voici cette formule :

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

À l'aide des renseignements fournis dans la représentation et de la formule du cosinus de la différence entre deux angles, démontrez que $ac + bd = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos\theta$.

Nom : ______________________

Groupe : ____________ Date : __________

Les vecteurs

1 Indiquez si les grandeurs suivantes sont scalaires ou vectorielles.

a) La vitesse d'une joueuse de hockey. ____________

b) Le déplacement d'un marathonien. ____________

c) Le déplacement d'un satellite en orbite autour de la Terre. ____________

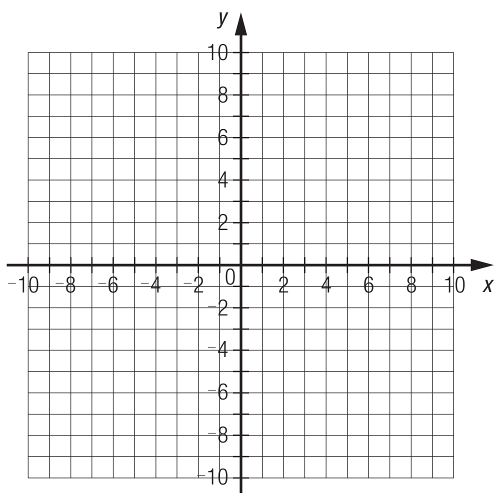
d) Les dimensions d'un terrain de football. ____________

e) Le temps de cuisson d'un aliment. ____________

2 Dans chaque cas, représentez le vecteur *r* dans le plan cartésien.

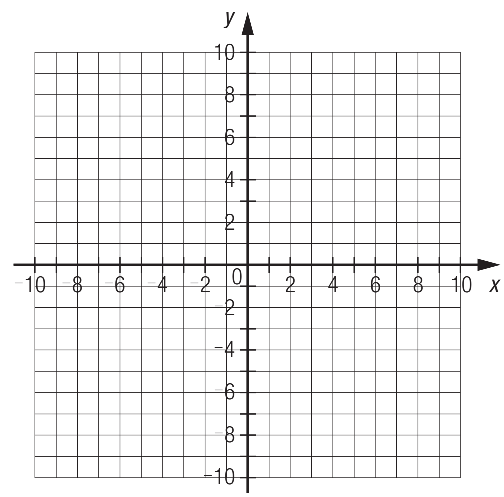
a) $\vec{u} = (^-2, 6)$, $\vec{v} = (1, 7)$

$\vec{r} = \frac{1}{2}\vec{u} + \vec{v}$



b) $\vec{u} = (^-3, ^-1)$, $\vec{v} = (2, 4)$

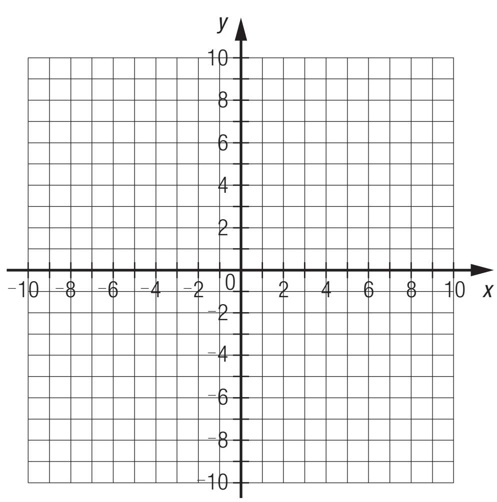
$\vec{r} = \vec{u} + \frac{5}{2}\vec{v}$



c) $\|\vec{u}\| = 7$; orientation de $\vec{u}$: 59°.

$\|\vec{v}\| = 4$; orientation de $\vec{v}$: 180°.

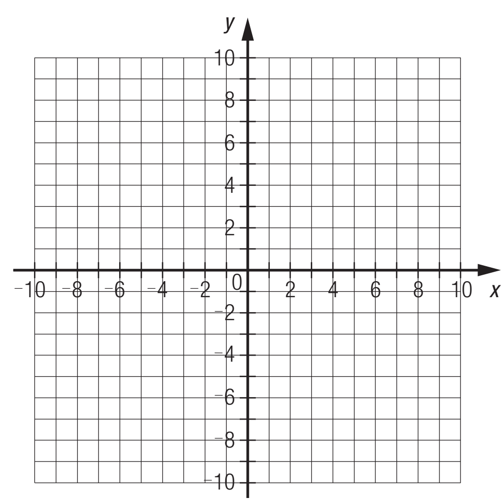
$\vec{r} = \vec{u} + 3\vec{v}$



d) $\|\vec{u}\| = 8$; orientation de $\vec{u}$: 135°.

$\|\vec{v}\| = 5$; orientation de $\vec{v}$: 106°.

$\vec{r} = \vec{u} - 2\vec{v}$

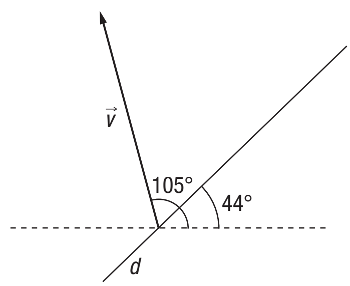


3 Dans chaque cas :

1) représentez la projection orthogonale de $\vec{v}$ sur la droite *d* ;
2) calculez la norme de cette projection.

a) $\|\vec{v}\| = 189$

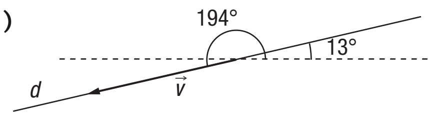
1)



2) ____________________

b) $\|\vec{v}\| = 94$

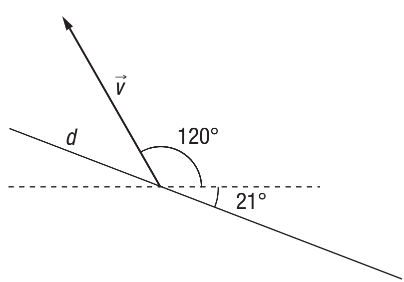
1)



2) ____________________

c) $\|\vec{v}\| = 24$

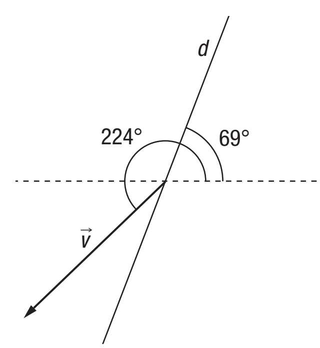
1)



2) ____________________

d) $\|\vec{v}\| = 76$

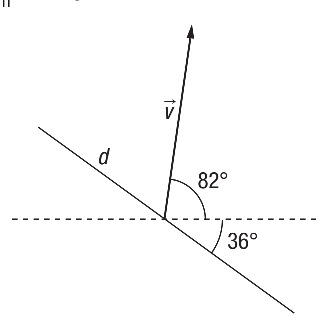
1)



2) ____________________

e) $\|\vec{v}\| = 234$

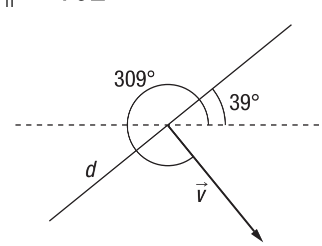
1)



2) ____________________

f) $\|\vec{v}\| = 102$

1)



2) ____________________

Nom : ____________________

Groupe : ____________ Date : ____________

4 Déterminez la norme et l'orientation de chacun des vecteurs suivants.

a) $\vec{r} = (12, 4)$ **b)** $\vec{s} = (^-7,3, 8,5)$ **c)** $\vec{t} = (3, ^-11)$

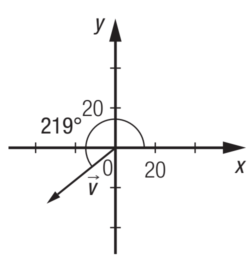
d) $\vec{u} = (^-21, ^-21)$ **e)** $\vec{v} = (3,4, ^-9)$ **f)** $\vec{w} = (^-8, ^-10)$

5 Dans chaque cas :

1) représentez la décomposition du vecteur v;
2) déterminez les composantes de ce vecteur.

a) $\|\vec{v}\| = 46$

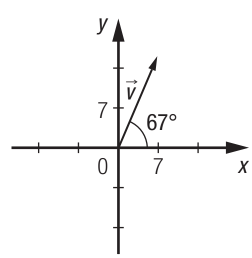
1)



2) ____________

b) $\|\vec{v}\| = 17$

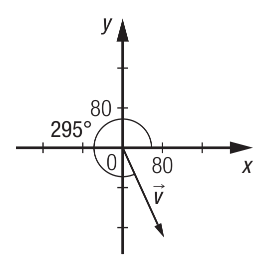
1)



2) ____________

c) $\|\vec{v}\| = 192$

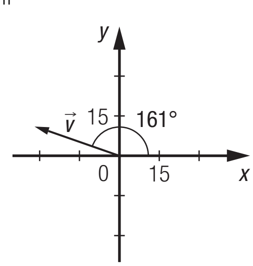
1)



2) ____________

d) $\|\vec{v}\| = 35$

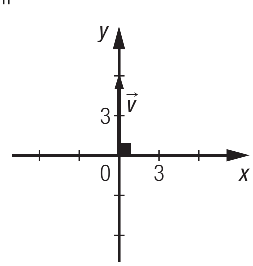
1)



2) ____________

e) $\|\vec{v}\| = 6$

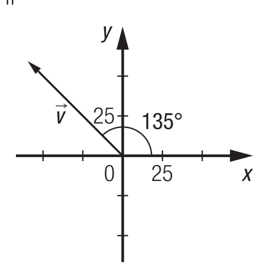
1)



2) ____________

f) $\|\vec{v}\| = 81$

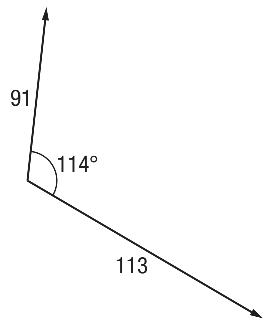
1)



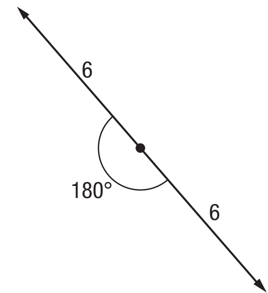
2) ____________

6 Calculez le produit scalaire de chacune des paires de vecteurs suivantes.

a)



b)



c)

$\|\vec{a}\| = 169$
Orientation de $\vec{a}$: 14°

$\|\vec{b}\| = 98$
Orientation de $\vec{b}$: 351°

d)

$\|\vec{c}\| = 86$
Orientation de $\vec{c}$: 207°

$\|\vec{d}\| = 37$
Orientation de $\vec{d}$: 117°

e)

$\|\vec{u}\| = 16$
Orientation de $\vec{u}$: 35°

$\|\vec{v}\| = 41$
Orientation de $\vec{v}$: 153°

f)

$\|\vec{w}\| = 17$
Orientation de $\vec{w}$: 309°

$\|\vec{z}\| = 23$
Orientation de $\vec{z}$: 39°

7 Sachant que $\vec{u} = (11, 17)$, $\vec{v} = (^-6, 8)$, $\vec{w} = (4, 3)$ et $\vec{z} = (^-1{,}2;\ 4{,}7)$, calculez les produits scalaires suivants.

a) $\vec{u} \bullet \vec{v}$ **b)** $\vec{w} \bullet \vec{z}$ **c)** $\vec{w} \bullet \vec{v}$

d) $\vec{u} \bullet {}^-4\vec{z}$ **e)** $^-5\vec{u} \bullet 3\vec{w}$ **f)** $(\vec{z} \bullet \vec{u})(\vec{v} \bullet \vec{z})$

8 Sachant que $\vec{u} = (15, {}^-9)$, $\vec{v} = (1, {}^-6)$, $\vec{w} = (^-3{,}1;\ ^-4{,}5)$ et $\vec{z} = (8, 11)$, déterminez, dans chaque cas, les composantes du vecteur résultant.

a) $4\vec{u} + 2\vec{w}$ **b)** $5{,}2\vec{z} - 1{,}7\vec{v}$ **c)** $(\vec{u} \bullet \vec{v})\vec{z} + 3\vec{w}$

d) $^-2\vec{u} + \vec{v}$ **e)** $3{,}2\vec{z} + 0{,}5\vec{w}$ **f)** $(\vec{w} \bullet \vec{z})\vec{u} + (\vec{z} \bullet \vec{u})\vec{v}$

9 Voici quelques vecteurs :

$\vec{r} = (2, 7)$ $\vec{v} = (^-2, {}^-6)$ $\vec{t} = (3, 7)$ $\vec{w} = (^-14, 6)$

$\|\vec{s}\| \approx 6{,}32$
Orientation de $\vec{s}$: 71,57°

$\|\vec{u}\| \approx 7{,}28$
Orientation de $\vec{u}$: 74,05°

Parmi ces vecteurs, indiquez ceux qui sont :

a) équipollents ; **b)** orthogonaux ;

c) colinéaires ; **d)** opposés.

10 Dans chaque cas, déterminez les composantes du vecteur *v*.

a) $(23, ^-14) + \vec{v} = (^-7, 14)$

b) $^-(9, ^-13) + \vec{v} = (15, 6)$

c) $(1, 4) - (7, ^-12) - \vec{v} = (18, ^-11)$

d) $\vec{v} - (3, 16) + (21, 10) = (0, 0)$

e) $(^-2, 19) - \vec{v} = ^-(^-5, 3)$

f) $^-(^-5, 17) + 2\vec{v} = (5, 5)$

g) $(^-8, 11) + (1, 22) + 3\vec{v} = (2, 6)$

h) $\vec{v} - (a, b) + (c, d) = (0, 0)$

11 Sachant que $\vec{u} = (^-5, 3)$ et $\vec{v} = (2, 8)$, exprimez chacun des vecteurs ci-dessous sous la forme d'une combinaison linéaire de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$.

a) $\vec{m} = (^-17, 47)$ ______

b) $\vec{q} = (^-13, 17)$ ______

c) $\vec{r} = (9, 13)$ ______

d) $\vec{s} = (^-8{,}5, 0{,}5)$ ______

e) $\vec{t} = (^-22, 4)$ ______

f) $\vec{w} = (^-6, ^-24)$ ______

g) $\vec{z} = (6, ^-22)$ ______

12 Effectuez les opérations suivantes.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DF}$ ______________________

b) $\overrightarrow{JL} + \overrightarrow{KF} + \overrightarrow{LK}$ ______________________

c) $\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{IH} - \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{IF}$ ______________________

d) $\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{QP}$ ______________________

e) $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD}$ ______________________

f) $^{-}\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} - \overrightarrow{HF} + 2\overrightarrow{FG}$ ______________________

g) $^{-}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{CE}$ ______________________

h) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}$ ______________________

13 Voici les caractéristiques de quelques vecteurs :

$\lVert\vec{u}\rVert = 77$ Orientation de $\vec{u}$: 42°	$\lVert\vec{v}\rVert = 68$ Orientation de $\vec{v}$: 107°	$\lVert\vec{w}\rVert = 52$ Orientation de $\vec{w}$: 0°

Dans chaque cas, déterminez la norme et l'orientation du vecteur résultant.

a) $\vec{u} + \vec{v}$

____

____

b) $3\vec{u} - 2\vec{w}$

____

____

c) $\vec{w} + 1{,}5\vec{v}$

____

____

d) $2\vec{u} + 3\vec{v} - 4\vec{w}$

____

____

14 Dans une compétition de course de relais par équipe en patinage de vitesse sur courte piste, les patineurs d'une même équipe peuvent se pousser pour se donner plus de vitesse au moment du passage du témoin. Le vecteur de la vitesse (en m/s) du patineur qui reçoit le témoin est représenté par $\vec{v}$, tandis que le vecteur de la vitesse transférée par le patineur qui transmet le témoin au moment de la poussée est représenté par $\vec{p}$. Ces vecteurs sont définis ci-dessous.

$\|\vec{p}\| \approx 7{,}5$ m/s
Orientation de $\vec{p}$: 22°

$\vec{v} = (5{,}9,\ 1)$

a) Déterminez la norme et l'orientation du vecteur *v*.

____

____

b) Quelles sont les composantes du vecteur *p* ?

____

c) Déterminez la norme et l'orientation du vecteur de la vitesse finale *r* du patineur qui reçoit le témoin.

____

____

d) Aurait-il été préférable que $\vec{p}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires ? Expliquez votre réponse.

____

____

____

15 On superpose un plan cartésien au plan d'un terrain de squash. Un joueur, qui se trouve au point A(2, 10), dirige sa balle vers un des murs du terrain selon le vecteur *u* dont la norme est 13,89 m et dont l'orientation est de 30,26°. Après le rebond sur le mur, la balle tombe au point B(11, 8). Déterminez la norme et l'orientation du vecteur de la trajectoire empruntée par la balle après son rebond sur le mur.

____

16 Maxime déblaie son stationnement à l'aide d'une souffleuse à neige automotrice. La souffleuse génère une force de 3250 N qui la propulse vers l'avant. Maxime la pousse en appliquant une force supplémentaire de 1500 N selon un angle de 15° avec l'horizontale.

a) Déterminez la composante horizontale de la force appliquée par Maxime.

____

b) Déterminez la valeur de la force totale avec laquelle la souffleuse se déplace vers l'avant.

____

c) Sachant que le travail (en J) est le produit de la composante de la force parallèle au déplacement par la longueur du déplacement et que Maxime pousse la souffleuse sur 110 m, déterminez le travail (en J) fourni par ce dernier.

____

17 Mélina participe à des concours d'habileté au billard. Dans un de ces concours, elle doit frapper une balle située au point A et lui faire effectuer quelques déplacements pour qu'elle termine sa trajectoire dans une poche située au point D. Laquelle des combinaisons vectorielles suivantes lui permettra assurément de réussir son coup. Justifiez votre réponse à l'aide d'arguments mathématiques.

a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$ **b)** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$ **c)** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$

____

____

18 Pour marquer un but au cours d'une partie de soccer, un joueur reçoit un ballon selon le vecteur *v* et doit le rediriger vers le but selon un vecteur *u*.
Voici des renseignements concernant ces vecteurs :

$\|\vec{u}\| = 4{,}03$ m/s
Orientation de $\vec{u}$: 7,13°

$\|\vec{v}\| = 3{,}35$ m/s
Orientation de $\vec{v}$: 342,65°

Déterminez la norme et l'orientation du vecteur selon lequel ce joueur doit frapper le ballon pour atteindre la cible.

____

19 À l'aide d'un plan cartésien, gradué en kilomètres, qui sert de carte pour une chasse au trésor, une enfant trouve des indices à divers endroits qui la mènent jusqu'au trésor. Voici des renseignements à ce sujet :

- La chasse commence au point A. On se dirige vers le point B dont les coordonnées sont (3, 14), ensuite vers le point C et finalement vers le point D.
- La norme et l'orientation du vecteur *u* permettent de trouver l'emplacement du point B.
- La norme et l'orientation du vecteur *v* permettent de trouver l'emplacement du point C.
- La norme et l'orientation du vecteur *w* permettent de trouver l'emplacement du point D.

Voici les caractéristiques de chaque vecteur :

$\|\vec{u}\| = 14{,}32$ m
Orientation de $\vec{u}$: 24,78°

$\vec{v} = (8, {}^{-}12)$

$\|\vec{w}\| = 11{,}4$ m
Orientation de $\vec{w}$: 217,87°

Déterminez les composantes du vecteur AD qui permettent de trouver directement le trésor à partir du point A.

____

20 Dans un certain jeu, on applique trois forces sur un objet. Voici des renseignements qui concernent les trois forces appliquées.

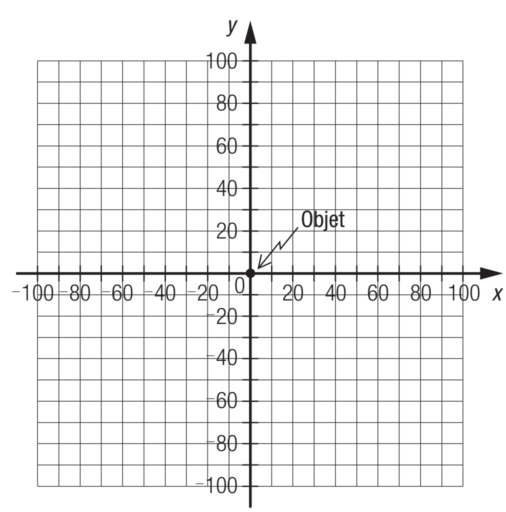
$\|\vec{u}\| = 85{,}44$
Orientation de $\vec{u}$: 110,6°

$\|\vec{v}\| = 70$
Orientation de $\vec{v}$: 0°

$\vec{w} = ({}^{-}30, {}^{-}80)$

a) Sachant que l'objet sur lequel on applique ces forces est situé à l'origine du plan cartésien, représentez graphiquement ces trois forces.

b) Déterminez la norme et l'orientation du vecteur de la force finale appliquée sur l'objet.



____

____

Nom : ______________________

Groupe : ______________ Date : ____________

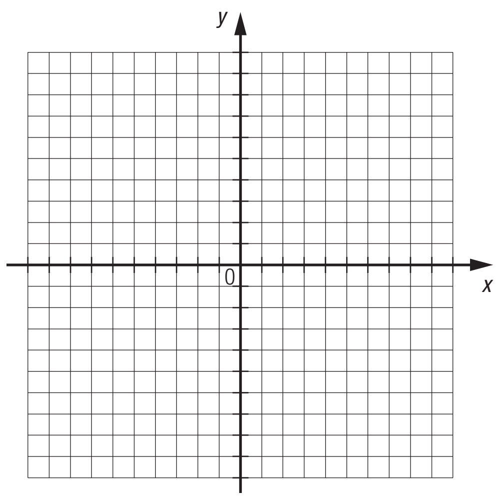
Les vecteurs

1 Dans chaque cas, représentez $\vec{r}$ dans le plan cartésien.

a) $\vec{u} = (3, 6)$

$\vec{v} = (2, ^-5)$

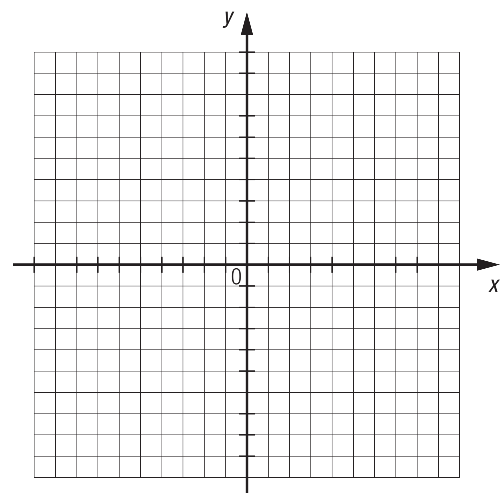
$\vec{r} = \frac{4}{3}\vec{u} + \vec{v}$



b) $\|\vec{u}\| = 4$; orientation de $\vec{u}$: 160°.

$\|\vec{v}\| = 3$; orientation de $\vec{v}$: 30°.

$\vec{r} = \vec{u} + 2\vec{v}$

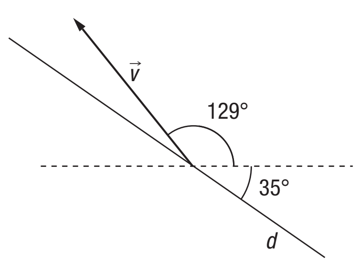


2 Dans chaque cas :

1) représentez la projection orthogonale de $\vec{v}$ sur la droite d ;
2) calculez la norme de cette projection.

a) $\|\vec{v}\| = 206$

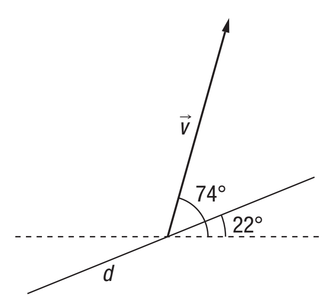
1)



2) ______________________

b) $\|\vec{v}\| = 78$

1)



2) ______________________

Nom : ______________________

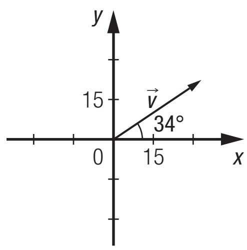
Groupe : ____________ Date : ____________

3 Dans chaque cas :

1) représentez la décomposition du vecteur v;
2) déterminez les composantes de ce vecteur.

a) $\|\vec{v}\| = 37$

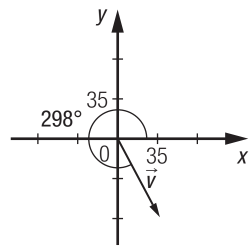
1)



2) ______________

b) $\|\vec{v}\| = 79$

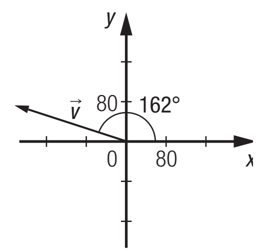
1)



2) ______________

c) $\|\vec{v}\| = 261$

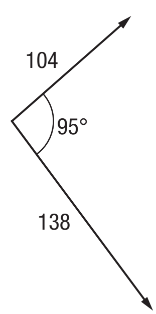
1)



2) ______________

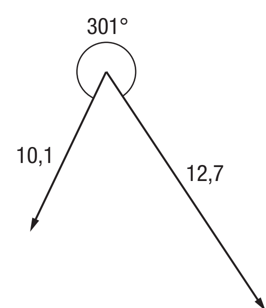
4 Calculez le produit scalaire de chacune des paires de vecteurs suivantes.

a)



____

b)



____

c)

$\|\vec{u}\| = 136$
Orientation de $\vec{u}$: 64°

$\|\vec{v}\| = 101$
Orientation de $\vec{v}$: 152°

____

d)

$\|\vec{w}\| = 17$
Orientation de $\vec{w}$: 284°

$\|\vec{z}\| = 23$
Orientation de $\vec{z}$: 14°

____

5 Sachant que $\vec{u} = (1, 0{,}5)$, $\vec{v} = (^-3, ^-8)$ et $\vec{w} = (2, ^-4)$, calculez les produits scalaires suivants.

a) $\vec{u} \bullet \vec{v}$ **b)** $^-2\vec{v} \bullet 3\vec{w}$ **c)** $\vec{w} \bullet \vec{u}$

6 Sachant que $\vec{u} = (5, ^-7)$, $\vec{v} = (1, 9)$ et $\vec{w} = (^-3, 4)$, déterminez, dans chaque cas, les composantes du vecteur résultant *r*.

a) $\vec{r} = 2\vec{u} + 3\vec{w}$ **b)** $\vec{r} = 2{,}3\vec{u} - 0{,}8\vec{v}$ **c)** $\vec{r} = (\vec{u} \bullet \vec{v})\vec{w} + 5\vec{v}$

7 Voici les caractéristiques de quelques vecteurs :

$\vec{s} = (6, 7{,}5)$

$\|\vec{r}\| \approx 6{,}4$
Orientation de $\vec{r}$: 51,34°

$\|\vec{t}\| \approx 9{,}6$
Orientation de $\vec{t}$: 231,34°

$\vec{u} = (2, 6)$ $\vec{v} = (4, 5)$ $\vec{w} = (^-9, 3)$

Parmi ces vecteurs, indiquez ceux qui sont :

a) équipollents ;

b) orthogonaux ;

c) colinéaires ;

d) opposés.

8 Dans chaque cas, déterminez les composantes du vecteur *s*.

a) $(11, {}^-19) + \vec{s} = ({}^-6, 14)$

b) $\vec{s} - ({}^-5, 13) = (5, 9)$

c) $({}^-4, 6) + (7, 12) + 3\vec{s} = (9, 0)$

d) $\vec{s} - (a, b) + (c, d) = (0, 0)$

9 Exprimez chacun des vecteurs ci-dessous sous la forme d'une combinaison linéaire de $\vec{u} = (9, {}^-2)$ et de $\vec{v} = (6, 7)$.

a) $\vec{q} = (12, {}^-11)$

b) $\vec{r} = (54, 13)$

c) $\vec{s} = (20{,}25, {}^-4{,}5)$

10 Effectuez les opérations suivantes.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD}$

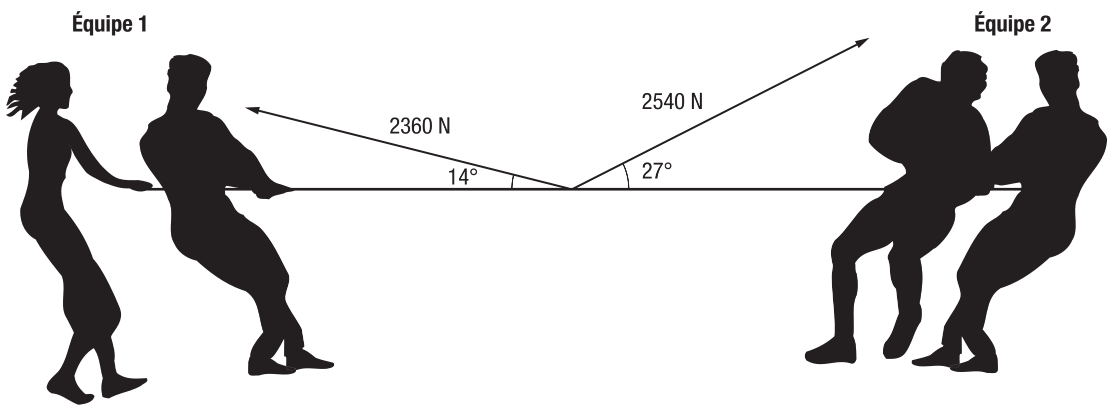
b) $\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{IH} - \overrightarrow{FH}$

c) ${}^-\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QS} + \overrightarrow{PR} - \overrightarrow{QR}$

d) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OM}$

RAISONNEMENT

11 Dans le cadre d'une compétition de souque à la corde, deux équipes s'affrontent. Pour remporter la partie, une équipe doit tirer sur une corde dans le but de déséquilibrer l'équipe adverse sur une distance de 1,5 m. La force exercée par chaque équipe correspond au schéma ci-dessous et le travail (en J) est le produit de la composante de la force parallèle au déplacement multipliée par la longueur du déplacement. Démontrez que, dans cette situation, l'équipe gagnante est celle qui exerce la force la moins grande.



RÉSOLUTION **12** Au cours de son entraînement pour réussir la traversée du lac Memphrémagog, un athlète parcourt une distance de 17 km et fait demi-tour pour revenir à son point de départ. Le nageur nage dans la direction sud-ouest pour revenir ensuite en suivant la direction nord-est. Pendant son entraînement, il y a un courant de 0,4 m/s, orienté nord-nord-ouest. Considérant que ce nageur maintient une vitesse résultante de 1 m/s, déterminez la norme et l'orientation du vecteur de sa vitesse à l'aller et celles du vecteur de sa vitesse au retour.